

I-44

塑性域の広がり考慮した木骨組構造物の弾塑性解析

岩手大学工学部

岩手大学大学院工学研究科

日本大学工学部

正員 ○岩崎 正二 出戸 秀明 宮本 裕

佐々木 寛幸

正員 五郎丸 英博

1. まえがき

近年、地球環境への関心が高まりつつあり、橋梁に対しても、再生可能な唯一の天然資源といわれる木材を主材料とする木橋が見直されている。特に集成材の普及とともに、25 トン級の大型車が通る林道橋にも集成材を用いた木橋が積極的に採用されるようになってきた。しかし、一般橋梁の設計法が許容応力度法から限界状態設計法に移行する中で、木橋においても限界状態設計法が適用可能であるかを検討することは極めて重要である。著者らは先の報告¹⁾で、塑性域の広がりを考慮した木材梁要素の弾塑性剛性マトリックスを誘導するとともに、それらの公式を用いた数値計算例を示し、木材梁の弾塑性挙動と耐荷力を明らかにした。そこで本研究では、木骨組構造物の解析が出来るように、先の木材梁要素の弾塑性剛性マトリックスを軸力項を考慮した公式に拡張した。そして、それらの公式を用いた木骨組構造物の数値計算例を示し、その耐荷力と塑性域の広がりについて検討する。

2. 解析理論

本弾塑性解析に用いる $\sigma - \varepsilon$ 曲線は、圧縮側で完全弾塑性、引張側で弾性の bi-linear 型モデルであると仮定²⁾し、図-1 に示す応力とひずみの分布については、曲げモーメントと軸力の影響を考慮して理論を展開していくものとする。

2.1 破壊相関曲線について

弾性限界状態において各断面力が単独に作用する時の最大軸力 N_y および最大曲げモーメント M_y は、断面積の幅を b 、断面の高さを h 、圧縮強度を σ_c とすると、 $N_y = -\sigma_c b h$ 、 $M_y = \sigma_c b h^2 / 6$ となる。また、軸力比を $n = N_x / N_y$ 、曲げモーメント比を $m = M_x / M_y$ とすると、軸力比と曲げモーメント比の相互関係式が式 (1) で示される。

$$m - 2(\delta + 1)(1 - n) = 0 \quad (1)$$

式 (1) において、無次元化した弾塑性境界の位置 δ の値を代入することにより、 $m - n$ 破壊相関曲線³⁾を描くことが出来る。弾性限界、引張破壊、圧縮破壊状態における δ はそれぞれ式 (2) で示される。ここで、 $n_t = \sigma_t / \sigma_c$ 、 $n_c = \varepsilon_u / \varepsilon_c$ で、 σ_t は引張強度、 ε_u は破壊ひずみ、 ε_c は降伏ひずみである。

$$\delta_0 = -\frac{1}{2}, \quad \delta_t = \frac{n_t + 4n - 3}{2(n_t + 1)}, \quad \delta_c = \frac{n_c - 2n + 1 + 2\sqrt{(1-n)(2n_c - n - 1)}}{2(n_c - 1)} \quad (2)$$

2.2 塑性域の広がりを考慮した木材梁要素の弾塑性剛性マトリックスの誘導

図-2 に示す δ は、部材の左端（節点 i ）に作用している軸力を N_i 、せん断力を S_i 、曲げモーメントを M_i とおき、中間荷重がないものと仮定すれば、式 (3) のように 1 次式で示される。なお、 $n_i = -N_i / N_y$ である。

$$\delta = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{S_i}{M_y(1 - n_i)} x + 2 - \frac{M_i}{M_y(1 - n_i)} \right\} \quad (3)$$

さらに、塑性域の広がりに伴う部材の剛性の低下を断面 2 次モーメントと断面積の減少としてとらえると、 $0 \leq x \leq x_i$ の断面 2 次モーメント I_x 、断面積 A_x はそれぞれ式 (4)、(5) で示される。なお、 $I = bh^3/12$ 、 $A = bh$ である。

$$I_x = \frac{I}{2} \left\{ \frac{S_i}{M_y(1 - n_i)} x + 3 - \frac{M_i}{M_y(1 - n_i)} \right\} \left[\left\{ \frac{S_i}{M_y(1 - n_i)} \right\}^2 x^2 + \left\{ 3 - 2 \frac{M_i}{M_y(1 - n_i)} \right\} \frac{S_i}{M_y(1 - n_i)} x + \left\{ \frac{M_i}{M_y(1 - n_i)} \right\}^2 - 3 \frac{M_i}{M_y(1 - n_i)} + 3 \right] \quad (4)$$

$$A_x = \frac{A}{2} \left\{ \frac{S_i}{M_y(1 - n_i)} x + 3 - \frac{M_i}{M_y(1 - n_i)} \right\} \quad (5)$$

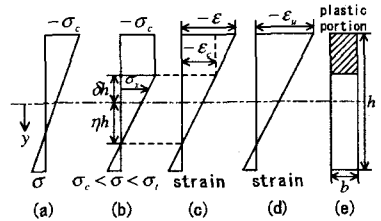


図-1 梁の応力とひずみ分布

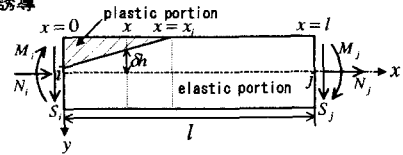


図-2 断面力と塑性域

弾塑性剛性マトリックスは、補仮想仕事の原理を用いて定式化する⁴⁾と式(6)で示される。

$$\begin{Bmatrix} N_i \\ S_i \\ M_i \\ N_j \\ S_j \\ M_j \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_d} \begin{bmatrix} E_d/F & 0 & 0 & -E_d/F & 0 & 0 \\ & D & -C & 0 & -D & Dl+C \\ & & B & 0 & C & -Cl-B \\ & & & E_d/F & 0 & 0 \\ sym. & & & & D & -Dl-C \\ & & & & & Dl^2+2Cl+B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \\ u_j \\ v_j \\ \theta_j \end{Bmatrix} \quad (6)$$

ここで、 $u_i, v_i, \theta_i, u_j, v_j, \theta_j$ は、それぞれ i 端、 j 端の水平変位、たわみ、たわみ角を表す。また、剛性マトリックスの成分である B, C, D, E_d, F は、以下の式(7)で示される。

$$B = \int_0^l \frac{x^2}{EI_x} dx + \kappa \int_0^l \frac{1}{AG} dx, \quad C = - \int_0^l \frac{x}{EI_x} dx, \quad D = \int_0^l \frac{1}{EI_x} dx, \quad E_d = BD - C^2, \quad F = \int_0^l \frac{1}{EA_x} dx \quad (7)$$

2.3 弾塑性パターンの判別

部材要素の弾性、弾塑性、破壊状態の判別は、各荷重段階において i 端の N_i と M_i 、 j 端の N_j と M_j が、 $m-n$ 破壊相関曲線図のどこに分布しているかによって判断する。また、塑性域の広がりパターンは全部で12種類存在する。図-2に示した塑性パターンはその中の一つである。12種類のパターンの選択については、 i 端と j 端の断面力の大小関係および正負関係を用いて塑性パターンを判別している。

3. 数値計算結果と考察

数値計算例としては、軸力と曲げが作用するような梁モデルとし図-3中に示した。载荷条件は、支点上柱部からの水平荷重 P とスパン中央部に $0, 0.5P, P$ の集中荷重を載荷する3ケースを考えた。また、断面形状は $100 \times 100\text{mm}$ の正方形断面とし、スパンは 1000mm である。材料特性値は、弾性係数 $E = 9560\text{N/mm}^2$ 、せん断弾性係数 $G = 1130\text{N/mm}^2$ 、圧縮強度 $\sigma_c = 47.5\text{N/mm}^2$ 、引張強度 $\sigma_t = 81.8\text{N/mm}^2$ 、ひずみ比 $n_c = 3$ である。なお、節点数は5、要素数は4で解析を行った。

以上の条件を用いて数値計算を行った結果、図-3に示すような荷重-変位曲線が得られた。破壊状態は、すべてのケースにおいて引張による脆性破壊であった。各ケースを比較すると、スパン中央部の集中荷重が0の時は、弾性限界および破壊状態において、荷重、中央変位ともに最も大きい値となり、弾性限界状態後の荷重-変位曲線の傾きも他の2ケースに比べて大きく変化することがわかった。また、図-4には破壊時の塑性域の広がりを示した。スパン中央部に集中荷重を載荷させることにより、スパン方向の塑性域の進展にも違いが見られた。なお、図-4中の点線円は破壊節点を表す。

4. まとめ

今回は、軸力と曲げが作用する梁モデルの弾塑性解析を行い、荷重-変位曲線と塑性域の広がりの進展傾向を検討した。その結果、本解析手法が木骨組構造の弾塑性解析に十分適用可能であることがわかった。発表当日は、門形ラーメンモデルについても検討したので発表する予定である。

参考文献

- 1) 山本亮, 佐藤和也, 岩崎正二, 戸出秀明, 宮本裕, 五郎丸英博: 塑性域の広がりを考慮した弾塑性解析による木材梁の耐力力について, 土木学会東北支部技術研究発表会講演概要, I-37, pp.76-77, 2001.
- 2) 長谷部薫, 薄木征三: 曲げとせん断を受けるひずみ軟化はりの弾塑性変位解析, 土木学会論文集, 第410号/I-12, pp.351-358, 1989.
- 3) 亀井義典, 長谷部薫, 薄木征三: 曲げと軸力を受けるひずみ軟化部分の相互作用曲線, 土木学会東北支部技術研究発表会講演概要, I-21, pp.40-41, 1988.
- 4) 平沢秀之, 林川俊郎, 佐藤浩一: 塑性域の広がりを考慮したはりの一弾塑性解析, 構造工学論文集, Vol.41A, pp.1-8, 1995.

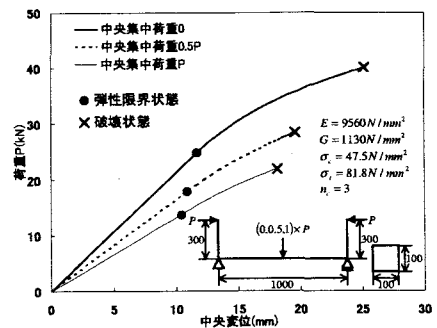


図-3 荷重-変位曲線

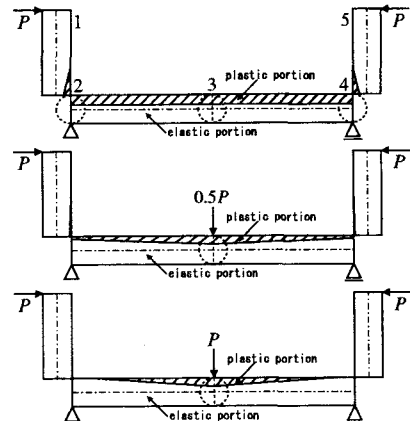


図-4 破壊時の塑性域の広がり