I－5　3次元有限被覆法の開発とその非線形問題への適用

東北大学大学院　学生員　○車谷 麻緒
東北大学大学院　正　員　寺田 賢二郎

1. はじめに

近年の急速な計算機環境の発達によって，コンピューター上の数値シミュレーションで構造物の変形性能や強度等の評価を行う計算機支援工学 (CAE) の活躍の場が増加している．しかしながら，3次元問題を扱う際に，計算負荷 (時間) や精度上有利な六面体要素で有限要素モデルを作成できないことや 3D–CAD からシームレスに CAE モデルを作成できないなどの問題点が指摘されている．

そこで，本研究ではメッシュフリー法の枠組みでこれらの諸問題を解決しうる一手法を提案する．具体的には，解析手法に有限被覆法 (Finite Cover Method, 以下 FCM)[1] を用い，界面要素 (モルタル要素) を融合させることでメッシュによる束縛を受けない3次元解析手法を開発する．数値解析例を通して本研究で開発した界面要素を用いた3次元 FCM が，複雑な幾何性状を有する構造に適した解析手法であることを示す．

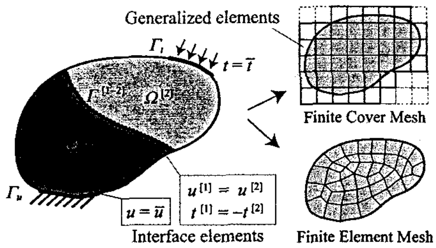
2. 界面要素を用いた有限被覆法

FCM や界面要素について概説し，対応する FCM の弱形式のつり合い方程式を示す．

2.1 FCM における一般化要素と界面要素

FEM では，解析対象を要素という部分領域に分割し，各々に対して節点値による補間近似を導入する．そして，要素ごとに得られた剛性方程式を，要素の結合情報から再び全体系への連立代数方程式に組み立てなおすという方法論をとる．これに対して，FCM では解析対象の分割と再構築という点では FEM と同様であるが，「近似関数が定義される数学的な部分領域 (数学領域)」と「支配方程式が満たされるべき物理的な部分領域 (物理領域)」を分離して考えるという点で FEM と大きく異なる．この理論に従うと，解析対象とは独立にメッシュ分割を行うことが可能なため，空間固定型の定型メッシュによって FEM のような制約を受けずにメッシュ生成・解析が行える．

解析対象をメッシュ分割すると，典型的な FCM のメッシュ形態は図–1のようになり，物理境界付近においては，部分的に物理領域を有する特殊な要素が発生し，FEM のように節点値による境界条件を付加することができない．本研究では，このような要素を「一般化要素」[2] と呼び，物理境界に解析自由度が存在しない一般化要素に対して，変位や応力の適合条件を付加するために界面要素を導入する．



図–1 二相材料の物理問題とメッシュ形態

2.2 弱形式のつり合い方程式

図–1のような，2つの材料から構成される構造の静的つり合い問題を考える．前述のように，FCM では変位境界や異種材料界面において，FEM のように解析自由度が存在するとは限らないため，界面要素によって各適合条件を満足させる．この界面要素を用いた FCM に対応する弱形式のつり合い方程式は次式のように表される．

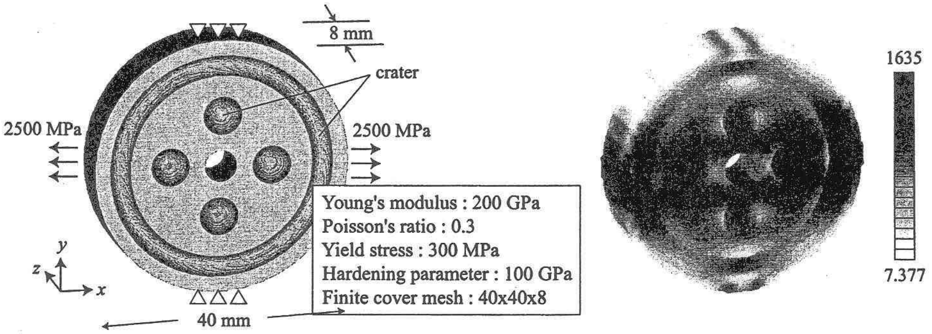
$$\int_{\Omega^{[1,2]}} \nabla\delta\boldsymbol{u} : \boldsymbol{\sigma} d\Omega - \int_{\Gamma_u} \delta\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{\lambda} d\Gamma - \int_{\Gamma^{[1]}} \delta\boldsymbol{u}^{[1]}\cdot\boldsymbol{\lambda} d\Gamma + \int_{\Gamma^{[2]}} \delta\boldsymbol{u}^{[2]}\cdot\boldsymbol{\lambda} d\Gamma = \int_{\Omega^{[1,2]}} \delta\boldsymbol{u}\cdot\bar{\boldsymbol{b}} d\Omega + \int_{\Gamma_t} \delta\boldsymbol{u}\cdot\bar{\boldsymbol{t}} d\Gamma$$

$$\int_{\Gamma^{[1-2]}} \delta\boldsymbol{\lambda}\cdot(\boldsymbol{u}^{[1]}-\boldsymbol{u}^{[2]}) d\Gamma + \int_{\Gamma_u} \delta\boldsymbol{\lambda}\cdot(\boldsymbol{u}-\bar{\boldsymbol{u}}) d\Gamma = 0$$

ここで，$\bar{\boldsymbol{b}}$ と $\bar{\boldsymbol{t}}$ はそれぞれデータとして与えられる物体力および表面力ベクトルであり，$\boldsymbol{u}$ と $\boldsymbol{\sigma}$ はそれぞれ変位，Cauchy 応力である．これらの変数の添え字は，図–1に対応したものである．また，$\boldsymbol{\lambda}$ は Lagrange 未定乗数で，δ の付いた変数は対応する変数の変分を表す．$\boldsymbol{\sigma}$ と微小ひずみ $\boldsymbol{\varepsilon}$ を関連付ける材料構成則には線形の等方硬化則のみを仮定した J_2 塑性理論を適用する．

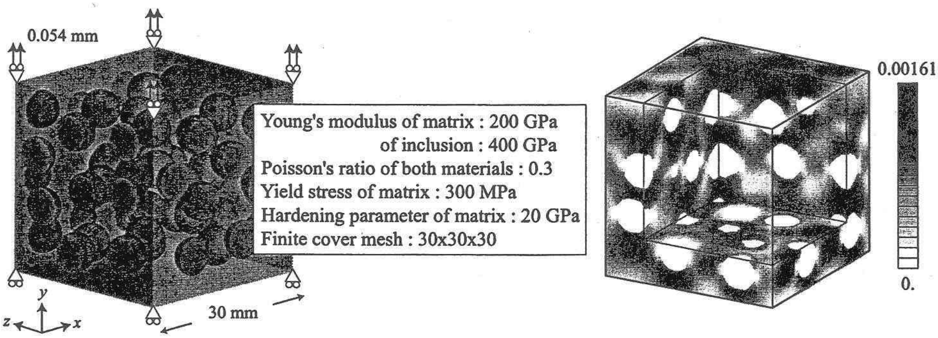
3. 数値解析例

本節では，本研究で開発した界面要素を用いた3次元 FCM を構造部材や非均質体メゾ構造に適用することを試み，いくつかの数値解析例を示す．複雑な解析対象に対する FCM のメッシュ生成法としては，文献[3] と同様の手法を用いる．なお，定型の有限被覆メッシュには標準的な1次の8節点六面体 (立方体) 要素に対応する C^0 連続な重み関数を用いている．



(a) Model -A (b) Result : von-Mises stress (MPa)

図−2 3次元構造部材モデルとその解析結果



(a) Model -B (b) Result : Effective plastic strain

図−3 3次元非均質体メゾ構造モデルとその解析結果

3.1 3次元構造部材

1例目には，図−2(a) に示されるような3次元構造部材を想定する．同図のような材料パラメータや定型の有限被覆メッシュを設定し，x 方向に分布荷重を与えて弾塑性解析を行う．

解析結果として，von-Mises 応力分布を図−2(b) に示す．荷重載荷に対して妥当な応力分布が示されており，本研究で開発した3次元 FCM 解析システムは，複雑な形状あるいは凹凸を有する構造に対して，有効な解析ツールであることが分かる．

3.2 3次元非均質体メゾ構造

2例目には，図−3(a) に示されるように，ある微視的に非均質性を有する構造体の一部分を取り出したような3次元非均質体メゾ構造を想定する．この解析領域内には52個の球形介在物がランダムに内在している．同図のような材料パラメータや定型の有限被覆メッシュを設定し，y 方向に強制変位を与えて弾塑性解析を行う．

解析結果として，相当塑性ひずみ分布を図−3(b) に示す．同図は，断面等が見えるように解析領域をくり貫いた形で表されている．荷重載荷方向に介在物同士をつなぐ領域で応力が集中し，塑性変形が卓越するといった経験的な洞察と合致した結果が得られている．

4. おわりに

メッシュによる束縛を受けない3次元 FCM を開発し，複雑な幾何性状を有する構造部材や微視構造の弾塑性解析に適用した．数値解析結果から，本研究で開発した3次元 FCM は，構造部材や非均質性を有する微視構造など，対象とする問題に限定されることなく様々な構造解析に適用可能であることを例示した．

参考文献

1) Terada, K., Asai, M., Yamagishi, M.: Finite cover method for linear and nonlinear analyses of heterogeneous solids, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.58, pp.1321–1346, 2003.
2) 車谷麻緒，寺田賢二郎：有限被覆法における一般化要素の近似性能に関する基礎的研究：日本計算工学会論文集，論文番号 20030027, 2003.
3) 車谷麻緒，浅井光輝，寺田賢二郎：有限被覆法の弾塑性問題への適用とその性能評価，応用力学論文集，土木学会，Vol.6, pp.247–256, 2003.