

## 粒状体のせん断流動特性の研究

東北大学生員 ○定兼 弘憲  
東北大学生員 フェロー 岸野 佑次  
東北大学生員 石井 建樹

## 1.はじめに

近年、粒状体力学の分野において、流れの現象に関する問題が注目されている。例えば土石流、地すべりのような粒子の物性が大きく関与すると考えられる現象はごく一般的な現象である。しかし、このような現象の工学的な把握は現在経験的かつ実験的な情報に頼って、粒状体流れの定式化は微視的力学特性の基本的理解に欠けている。

そこで、本研究では、まずNewmark  $\beta$ 法を導入することにより、粒状要素法<sup>1)</sup>の特徴を生かしたまま陰解法による動的解析を可能にした3次元的粒状要素法の開発を行う。また、ひずみ速度に着目しHanesによって造られた粒状体せん断流動試験装置<sup>2)</sup>を簡易的にモデル化し、無重力状態による理想的なせん断流動数値試験を行い、粒状体の流れの現象に関して内部における巨視的変形挙動の把握と微視的力学特性の考察を目的とする。

## 2.3次元的粒状要素法の開発

本解析手法は従来の準静的な現象追求するにあたって有効である粒状要素法の特徴を生かしたままNewmark  $\beta$ 法の導入により動的解析を可能にする手法である。本解析手法は全粒子の接触状況を考慮し、各時間ステップにおいて常に動的平衡状態を維持するものである。

(1) Newmark  $\beta$ 法の直接解法

次式に本解析で用いる動的つり合い式を全粒子において重ね合わせた形で示す。

$$\mathbf{M}\Delta\ddot{\mathbf{X}}(t) - \mathbf{C}\Delta\dot{\mathbf{X}}(t) - \mathbf{K}\Delta\mathbf{X}(t) = \mathbf{0} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$ はそれぞれ全粒子について重ね合わせた全体質量マトリクス、全体粘性マトリクス、全体剛性マトリクスであり、 $\Delta\ddot{\mathbf{X}}(t)$ 、 $\Delta\dot{\mathbf{X}}(t)$ 、 $\Delta\mathbf{X}(t)$ はそれぞれ各時間ステップにおける加速度増分、速度増分、変位増分である。次に、陰解法であるNewmark  $\beta$ 法の基本公式から次式を得る。

$$\left( \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} \mathbf{M} - \frac{1}{2\beta\Delta t} \mathbf{C} - \mathbf{K} \right) \Delta\mathbf{X}(t) = \mathbf{M} \left( \frac{1}{\beta\Delta t} \dot{\mathbf{X}}(t) - \frac{1}{2\beta} \ddot{\mathbf{X}}(t) \right) + \mathbf{C} \left( \frac{1}{2\beta} \ddot{\mathbf{X}}(t) + \left( 1 - \frac{1}{4\beta} \right) \Delta\ddot{\mathbf{X}}(t) \right) \quad (2)$$

ここで、 $0 \leq \beta \leq \frac{1}{2}$ である。本解析手法では式(2)の左辺係数を全体マトリクス  $\mathbf{E}$ とする。これによって変位増分を求め、Newmark  $\beta$ の基本公式から速度増分、加速度増分を求める。

## (2)逐次解析手法

本解析手法で用いる全体マトリクスは粒状供試体の変形に伴う接触状態の変化に対応して時々刻々変化し改訂が必要である。本解析手法においても粒状

要素法同様にNewton-Raphson法における考え方を採用し、全体マトリクス  $\mathbf{E}$ において粒子同士の接触関係が変化するまで改訂しない。また、逐次解析の過程においては全体マトリクス  $\mathbf{E}$ 中の対角小行列のみを抽出し、全体マトリクスとして収束計算を行う。

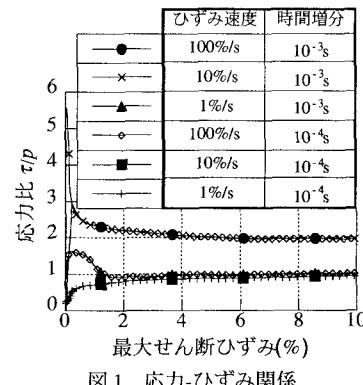
## 3.球状供試体を用いた予備的解析

## (1)解析条件

従来の粒状要素法による解析に用いられた球状供試体を用いて無重力状態における体積一定純粋せん断試験を最大せん断ひずみ10%に至るまで行う。本解析では全てのせん断方向に等ひずみ速度を1, 10, 100 %/s の3段階で与え、時間増分は  $\Delta t = 10^{-3}$ s および  $10^{-4}$ s の2通りで行った。

## (2)解析手法の考察

図1に応力-ひずみ関係を示す。本解析は各ひずみ速度において異なる時間増分で試験を行った。その結果、プロット数に差があるものの全試験において応力比は全て等しい載荷経路をたどっていることが確認できる。本解析手法は時間増分をある程度長くとっても、逐次計算によって精度の高い解を得られるという利点を持っていると言える。



## 4.粒状体せん断流動数値試験

## (1)解析条件

本解析で用いる供試体モデルはHanesのせん断試験装置を簡潔にモデル化したものを用いる(図2)。このように生成した供試体モデルを上方から自由に移動可能な平板によって拘束圧1kPaをかけた状態を基準状態とし、側面の壁にひずみ速度を与えることでせん断流動数値試験を実施する。また、ひずみ速度方向においては周期境界制御<sup>3)</sup>を導入する。ひずみ速度

は各供試体モデルにおいて1, 10, 100%/sの3段階で与えた。

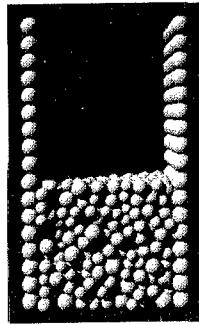


図2 供試体モデル

## (2)速度場の変化

本解析において内部粒子に伝達される速度の平均値は0になることが期待される。ひずみ速度100%/sにおける各座標軸方向の平均速度の変化を図3に示す。z軸方向の平均速度は常に正の方向を示していることが確認でき、内部粒子は上昇傾向にあると言える。

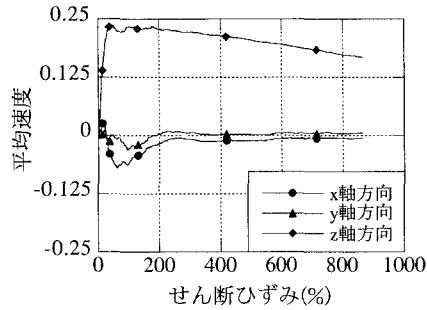


図3 平均速度

次式に運動エネルギーテンソル  $D_{ij}^v$  を定義する。

$$D_{ij}^v = \frac{1}{E^v} \sum N \frac{1}{2} mv_i v_j \quad (3)$$

運動エネルギーテンソルの一次不変量は1となる。図4にひずみ速度100%/sの試験における運動エネルギーテンソルの変化を示す。運動エネルギーはせん断方向の速度成分に最も依存していることが確認できる。また、載荷初期の段階ではせん断方向の速度の伝達が不十分なためz軸方向の速度が運動エネルギーに大きな影響を与えていていることが確認できる。

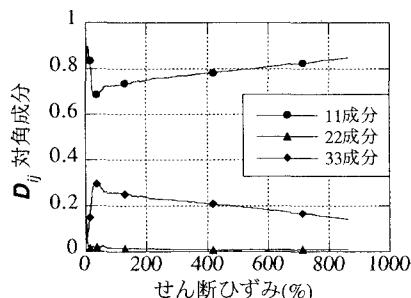


図4 運動エネルギーテンソル（対角成分）

## (3)ひずみ速度の変化に伴う粒状体の流れの考察

図5に各ひずみ速度の試験においてせん断ひずみ100%ごとに流動方向せん断応力の平均値を算定した。その結果、載荷初期からせん断ひずみ300%時に至るまではひずみ速度が大きい試験ほど単位領域の応力は大きい値となっている。しかし、せん断ひずみ300%時以降ではひずみ速度1%/sおよび10%/sの試験においては大小関係は変わらないが、ひずみ速度100%/sの試験における応力の平均値は他の試験平均値より下回っていることが注目される。このことはある程度の大きさまでは領域内の粒子間接触における接触力および粘性力の影響によりひずみ速度が大きい、つまり個々の粒子の速度が大きい方が応力値は高いということができる。しかし、ひずみ速度が著しく大きい場合、内部粒子の運動が激しくなり、流れの方向に垂直な方向に領域は拡大される。そのため、個々の粒子は接触点をほとんど持たなくなり摩擦や粘性の効果が低下し応力の値も小さくなると考えられる。

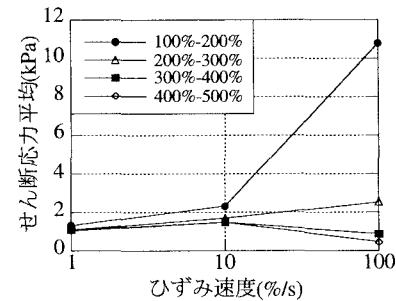


図5 各載荷時のせん断応力の平均値

## 5.おわりに

本研究では、3次元動的粒状要素法の開発を行った。また、体積変化を伴うせん断流動数値試験を行い、ひずみ速度の大きさにによる流動特性の変化について調べた。その結果、粒子集合体の流れが塑性流動劇的な流れから、衝突性の流れに切り替わる現象をシミュレートすることができたと考える。

## 参考文献

- 1) 岸野佑次：新しいシミュレーション法を用いた粒状体の準静的挙動の解析、土木学会論文集、No. 406/III-11, pp. 97-116, 1989.
- 2) Hanes, D.M. & D.L. Inman 1985. Observations of rapidly flowing granular materials. *J. Fluid Mech.* 150:357-380
- 3) 金子賢治：ミクロとマクロを結合した粒状体解析モデルの構成に関する研究、博士学位論文  
(2003年2月6日 提出)