

Ⅲ－21

載荷速度が急変するときの粘弾塑性モデルの定式化

東北学院大学工学部 学生会員 ○川村 大士
 東北学院大学工学部 学生会員 荻場 悠佑
 東北学院大学工学部 正会員 山口 晶
 東北学院大学工学部 正会員 飛田 善雄

1 はじめに

工学材料が示す時間（速度）依存性挙動に、現在 2 つの大きな問題が提示されている。その 1 つは、時間依存性挙動の本質に係わる問題であり、時間依存性はどのようなメカニズムによりもたらされるのかと言うものである。もう 1 つの問題は、時間依存性挙動の構成モデルに対しての統一的な考え方とその定式化である。

これまでの研究で、時間依存性挙動のうち、基本的な 3 つの挙動：載荷速度依存性、（1 次）クリープ挙動、応力緩和現象は、静的平衡状態の仮定、さらに Isotach 特性を満足するモデルより、ある程度表現することが知られている。しかし、時間依存性挙動の中には Isotach 特性を基本とするモデルでは、表現できない挙動がある。本研究では、クリープ変形後の急激な立ち上がり挙動を対象とし、定式化することを試みた。

2 内部変数理論に基づく時間依存性を示す構成モデルの概要

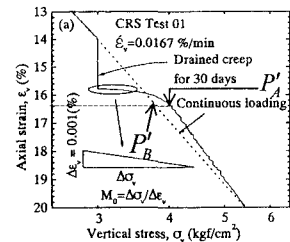
非線形関係を有する工学材料は、非弾性変形履歴に応じて内部構造が変化している。一般に履歴の影響は、載荷の開始点から現在までの履歴全ての情報を含むべきで、数学的には時間に関する積分形式で表現されることになる。この形式の構成モデルは理論的には優れているものの、数値解析への適用性に問題がある。このため、履歴の影響をある変数で代表させて、これを履歴に伴う内部構造変化を表現するパラメータと考え、内部変数と呼ぶ。

本研究では、1 次元問題を対象として最も簡単な関数形を設定し、内部変数理論に基づく弾・粘塑性モデルの基本的な特徴を表現する。内部変数（本研究では、内部変数として粘塑性ひずみ・構造化ひずみを直接利用する）を介在させることにより、材料の時間依存性挙動は内部変数の時間依存性がもたらしていることを明確に表現する。

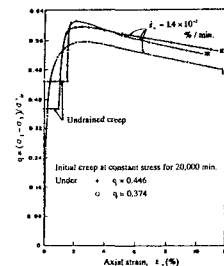
3 Isotach 特性を満足しない時間依存性挙動

Isotach 特性とは、粘塑性ひずみ速度が応力状態と土の状態（例えば間隙比）の関数のみで決定されるという性質である。しかし、実際には、この特性を満足しない例が報告されている。例えば、図－1 は再構成された藤の森粘土に関する圧密試験の結果を示している。点線で示した挙動は、定ひずみ速度載荷試験の結果であり、実線は 30 日間の排水クリープ試験を行った後、定ひずみ速度で再載荷を行なった場合の圧密挙動を示している。再載荷時には硬い挙動を示し、A と示された垂直応力において、大きなひずみが発生していることが解る。もし、有効垂直応力とひずみが 1 対 1 対応しているのであれば B で示された応力より、大きなひずみが発生するものと考えられる。 $P'_A > P'_B$ という実験事実は、クリープ変形の間に、間隙比の減少以外のメカニズムが作用し、粘土を強くしたことが解る。

図－2 は、クリープ変形が応力－ひずみ関係に及ぼす影響に関する実験結果である。クリープ時のせん断応力が大きい程、クリープひずみは大きくなっている。クリープ変形後に定ひずみ速度試験を行ってみると、急な立ち上りを示し、その応答は弾性的となっており、その後降伏する。



図－1 1 次元圧密試験



図－2 Hanly 粘土に関する
年代効果の実験

3 クリープ変形の影響を考慮した構成モデルの定式化

構成モデルの構築は、天野・齋藤（2002）による「内部変数理論に基づいて時間依存性挙動を表現する構成モデル」に修正を加えることにより行なった。その構成モデルの数学的構造は以下の様になっている。1次元モデルを対象とする。

- 1) 速度形式の弾性的関係式

$$\dot{\epsilon} = G^e (\dot{\gamma} - \dot{\gamma}^p) \quad (1)$$

- 2) 塑性挙動の分割

$$\dot{\gamma}^p = \dot{\gamma}_{fast}^p + \dot{\gamma}_{slow}^p$$

$\dot{\gamma}_{fast}^p$: 極めて速く発生する非弾性変形で、対象とする時間依存性挙動には含まれない。

$\dot{\gamma}_{slow}^p$: 時間依存性を示す速度の遅い非弾性変形になっている。

- 3) $\dot{\gamma}_{slow}^p$ 発生

ある与えられた応力 τ で決定される平衡時 ($\dot{\gamma}^p = 0$) の塑性ひずみ γ_{eq}^p と現時刻 t における $\gamma^p(t)$ の差の関数として定義される。その一般的な関数形式は次の様に定める。

$$\dot{\gamma}_{slow}^p = A(\gamma_{eq}^p - \gamma^p(t))^m \quad (2)$$

- 4) 平衡塑性状態の存在

どのような過程（クリープ、応力緩和、載荷速度依存性）に関わらずに、平衡塑性状態が唯一に存在する。降伏応力を超えた応力 $\tau_s (= \tau - \tau_y)$ と γ^p の間に次式で定義される関係式がある。

$$\tau_{eq} = \frac{\gamma_{eq}^p}{A + B\gamma_{eq}^p} \quad (3)$$

このモデルで修正が必要となるのは4)の下線をつけた部分である。この最終平衡状態の唯一性の仮定は実験事実に反している。この様な仮定が許されない原因として、次の事を挙げることができる。

- (1) 単なる粘塑性変形による硬化メカニズム (γ^p で代表される) とは異なるメカニズムがクリープ変形中に発生する。
- (2) 長期間圧密やクリープ変形により発生した構造は弾性的挙動を示す領域を拡大させ、降伏応力を大きくする。

4 修正モデルの提案

前節の(1)と(2)を表現するために、クリープによる硬化を支配する変数を新たに ξ と表現し、 ξ は便宜的に区分された構造化ひずみ γ^c の関数として定義する。式で表現すると、次式の様になる。クリープ変形の影響を具体的に表現する応力として τ_s^* を定義する。

$$\left. \begin{aligned} \tau_s^* &= A(\xi)f(\gamma^p) \quad ; A(\xi) \geq 1.0 \\ \xi &= g'(\gamma^c) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

構造化ひずみは、ここでは、現象論的に粘塑性ひずみ速度を対象として、次式で定義する。

$$\dot{\gamma}^c = \langle \dot{\gamma}_0^p - \dot{\gamma}^p(t) \rangle \quad (5)$$

ここに $\langle A \rangle = A$ If $A \geq 0$, $\langle A \rangle = 0$ If $A \leq 0$ を表現している。

$\dot{\gamma}_0^p$: ある基準速度。土固有の定数とは考えにくく、応力状態、載荷条件などに依存するものと思われる。

$\dot{\gamma}^p(t)$: 現時刻 t における塑性ひずみ速度

図-3に、クリープにより土が硬化し、弾性域が発達するときの概念図を示す。

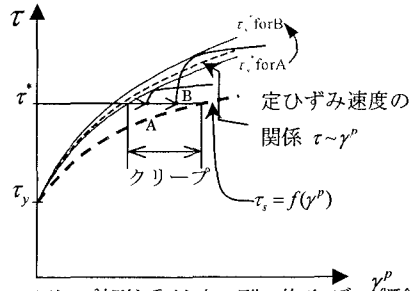


図-3 クリープ変形を受けた土の硬化：修正モデル（概念図）

5 解析結果

このような考え方により、載荷速度が急変したときの挙動が表現できるかどうか、数値計算を実施した。その計算例を図-4として示す。

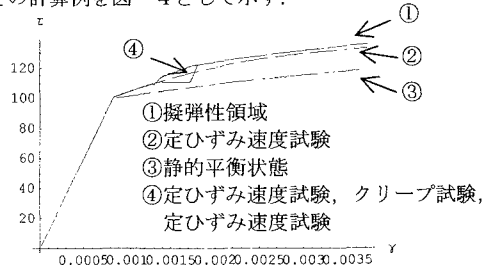


図-4 長時間クリープ変形を受けた土の時間依存性挙動

6 結論

- ・ 本研究では、最も簡単な関数形を用いることにより、従来の弾・粘塑性モデルにはない内部変数を取り入れ、簡単なモデルを構成した。
- ・ 構造化ひずみを導入することにより、クリープ変形による擬弾性領域を表現することができた。

（参考文献）

- 1) 飛田善雄：内部変数理論に基づく地盤材料の弾・粘塑性モデル（研究室内資料）。2) 天野、齋藤（2002）：「内部変数理論による載荷速度依存性の表現」, 土木学会東北支部技術発表会講演概要 P296,297. 3) Tatsuoaka, F., Santucci de Magistris, Hayano, K., & Koelsi, J., & Momoya, Y., (2000): Some new aspects on the stress-strain behaviour of stiff geomaterials, The Geotechnics of Hard Soil-Soft Rocks.