Ⅱ－83　擬似 Variable Grid System による津波数値計算での数値分散性の利用

東北大学大学院工学研究科　学生員　○鴨原良典
東北大学大学院工学研究科　正　員　　今村文彦

1．はじめに

現在，波数分散性を導入した津波数値計算は，Boussinesq 方程式に代表される非線形分散波理論を陰差分で解くのが一般的である．しかし，支配方程式中の分散項は水深が関係するため陸上領域までの計算を一括に行うことは難しく，また，計算時間も多く必要とする．そこで鴨原・今村（2002）は，Imamura & Shuto (1989)が提案した差分近似の際に発生する数値分散性を物理分散性として取り入れる格子間隔の条件を利用し，擬似的に空間格子間隔を変化させた差分を行うことで，陽解法で波数分散性を表現する擬似 Variable Grid System（VGS）を提案し，津波の一次元伝播問題において適用可能であることを示している．本研究では，実際問題への適用のため擬似 VGS を二次元伝播問題に拡張し，さらに，二次元の津波伝播の際に発生する特有の問題である，分散の方向依存性の解消を試みた．

2．数値解析方法

（1）擬似 Variable Grid System

二次元伝播問題に関して，数値分散項を含む線形長波理論式と物理分散項を含む線形 Boussinesq 方程式の各分散項の係数が等しいとした条件（Imamura & Shuto, 1989）より，空間格子間隔について以下に表される式を得る．

$$\Delta x^* = \Delta y^* = \sqrt{gh\Delta t^2 + 4h^2} \tag{1}$$

ここで，g:重力加速度，h:静水深，Δx^*，Δy^*，Δt:空間・時間格子間隔である．空間差分を行う際，このΔx^*，Δy^*を仮定し，擬似格子上での流量と水位を本来定義された格子上の値から３次スプライン関数を利用して補間することにより，基本的な変数の位置を変えずに擬似的に差分式の計算時の空間格子間隔を変化させることが可能になる．これらを Leap-Frog 差分における連続の式と運動の式に適用することで，数値分散性を物理分散性とみなした条件で差分計算を行うことができる．

（2）方向依存分散性の解消方法

二次元伝播の数値計算の場合，対角方向の分散性が弱く働く数値分散の方向依存性が発生する．Cho & Yoon (1998)は運動の式において．新たに支配方程式中の対角分散項の係数が，軸方向分散項の係数と等しくなるような差分項を新たに導入し，有用な計算結果を得ている．本研究では，発生原因である運動の式中の重力項に注目し，１地点のみではなく隣の点の差分を利用し，数値的な方向依存性が解消できるように重み係数を調整する（Fig.1）．この方法により，注目している点での差分に擬似 VGS を組み合わせることが可能となり，運動の式は式（2)のようになる．

$$M^{k+3/2}_{i+1/2,j} = M^{k+1/2}_{i+1/2,j} - \Delta t g h_{i+1/2,j}\left[(1-2\beta)\frac{\eta^{k+1\,*}_{i+1,j} - \eta^{k+1\,*}_{i,j}}{\Delta x^*} + \beta\frac{\eta^{k+1}_{i+1,j+1} - \eta^{k+1}_{i,j+1}}{\Delta x} + \beta\frac{\eta^{k+1}_{i+1,j-1} - \eta^{k+1}_{i,j-1}}{\Delta x}\right] \tag{2}$$

ただし，$\beta = \dfrac{gh\Delta t^2 + 4h^2}{6\left(\Delta x^2 + \Delta y^2\right)}$

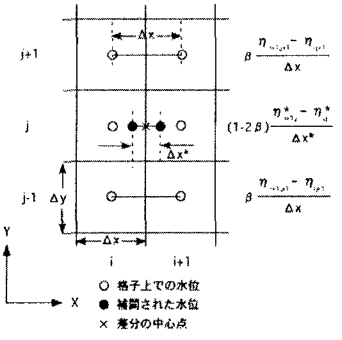


Fig.1　方向依存性を除去した擬似VGSの重力項差分への適用（x 方向）

3．数値実験結果と考察

水深 h=100m の水平床を有する二次元水路を考え，その中心部に初期条件として波高 H=10m，波長 L=2.5km の孤立波を発生させ，360° 方向に伝播させる線形長波理論計算による数値実験を実施する．

ここで，時間間隔はΔt=2.0sec とし，また，空間格子間隔はΔx=Δy=150m，209m とした．

Fig.2 に初期変位 20 分後の空間波形の断面図を，また，Fig.3 に Fig.2（c）の等高線表示を示す．Fig.2（a），（b）は，式（1）の条件から求めた空間格子間隔で設定しており，擬似 VGS は用いていない．（a）は軸方向に比べて 45° 方向の波形が方向依存性のため分散効果が弱くなっている．一方，（b）は空間波形が一致しており，方向依存性が除去されていることが分かる．（c）は，擬似 VGS と方向性除去計算を組み合わせた結果である．設定した格子間隔に関係なく分散性が発生しており，同時に方向依存性も除去されている．これは Fig.3 からも同心円状に伝播していることからも分かり，任意の方向で同様に伝播している事が確認できる．以上により，重力項の重み付け差分を擬似 VGS と組み合わせることで方向依存性が除去され，なおかつ二次元問題における数値分散を物理分散として取り込むことができることが可能であるといえる．

4．おわりに

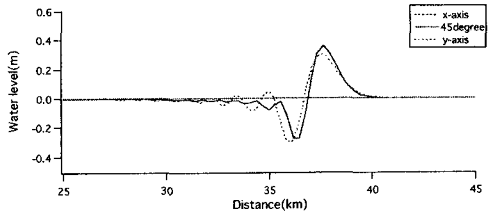
本研究では擬似 Variable Grid System が線形理論における二次元伝播問題に適用可能であることを示した．また，同時に重力項の重み付け差分を導入することにより数値計算で発生する分散の方向依存性の解消ができ，物理的な分散を再現できることが分かった．今後は非線形性を考慮した浅海域における二次元伝播問題への適用，また，実現象への適用を検討したい．

参考文献

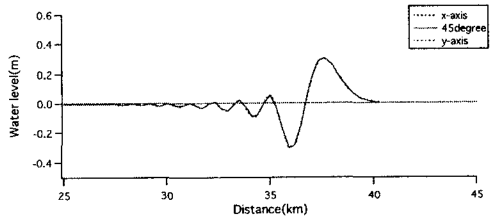
1) 鴫原良典，今村文彦：打ち切り誤差を利用した新しい波数分散性の計算方法，土木学会東北支部技術研究発表会講演概要，pp.192-193，2002.

2) Imamura, F. and Shuto, N: Tsunami propagation simulation by use of numerical dispersion, International Symposium on Computational Fluid Dynamics, pp.390-395, 1989.

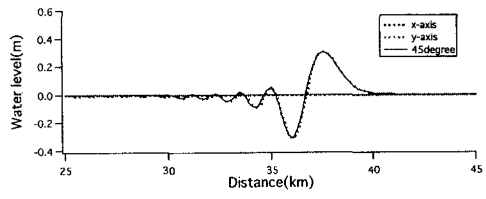
3) Y.-S. Cho and S.B. Yoon: A modified leap-frog scheme for linear shallow-water equations, Costal Engineering Journal, Vol.40, No.2, pp.191-205, 1998.



(a) 従来の線形長波理論計算結果Δx=Δy=209m



(b) 方向依存性を除去した線形長波理論計算結果 Δx=Δy=209m



(c) 方向依存性を除去した擬似 VGS 線形長波計算結果Δx=Δy=150m

Fig.2 二次元伝播計算結果
（断面表示，波動伝播開始 20 分後）

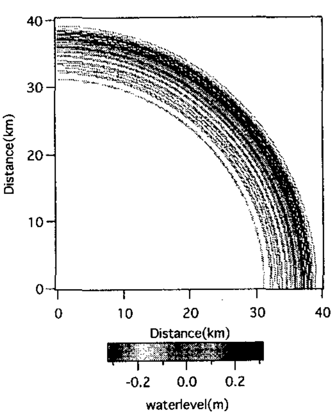


Fig.3 方向依存性を除去した擬似 VGS 線形長波計算結果Δx=150m（等波高線表示）