II－50　猪苗代湖の湖水流動特性(2)

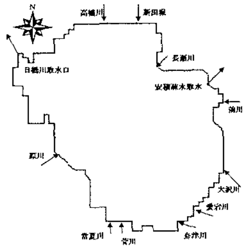
八戸工業大学　正会員　○佐々木幹夫　竹内 貴弘
日本大学　　正会員　藤田 豊
八戸工業大学　学生会員　鈴木洋平

1.　研究の目的

本研究の最終的な目的は、猪苗代湖の湖水流動特性を解明することである。著者ら(藤田、佐々木)は湖から出る量として2つの取水口、日橋川取水口・安積疎水取水口を選び、流入河川として湖に入る10河川全てを考慮し、流出および流入量を境界条件として与え、湖内の流動特性を調べてきた。ここでは湖水流動がどのような微分空間に支配されているかを検討する。著者の一人藤田の現地観測調査によると、水温や水質の分布は上層とそれより下層では異なり、水粒子の移動が上層だけで行われている。そこで本研究では、湖水流動は上層だけで起きているものとして、流れの特性を検討することにしてみた。

2.　猪苗代湖の概要

猪苗代湖は湖沼面積約 104km^2、周囲 54km、総貯水量 38.6 億m^3、最大深度 94.6mであり、滞留時間は 3.46 年といわれている。平面形状は北西から南東へ長軸を持つ円形を呈している。特に長瀬川からの流入負荷量が多く湖の水質を支配している。



図図 1.猪苗代湖

3.　基礎方程式

いま、水位ς, 上層流動層の厚さをh ,水平方向の流速をu, vとする。流れの基本式は次のように表される

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho d)+\frac{\partial}{\partial x}(\rho u d)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho v d)=0 \quad ,d=h+\varsigma \qquad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u d)+\frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 d)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho u v d)=-\rho g d\frac{\partial \zeta}{\partial x}+R_x \qquad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v d)+\frac{\partial}{\partial x}(\rho u v d)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2 d)=-\rho g d\frac{\partial \zeta}{\partial y}+R_y \qquad (3)$$

4.　水位ςの微分空間

ここに、ρは水の密度、R_x, R_yはx, y方向のコリオリ項、摩擦項、溶粘性項をまとめて示したものである。猪苗代湖の取水口や河口を除けば、湖全体の流動は緩やかに起きている。したがって、式(1)～(3)の微小項を省略すると、次式のように流動は線形の基礎方程式で表せられる。

$$\frac{\partial}{\partial x}(uh)+\frac{\partial}{\partial y}(vh)+\frac{\partial}{\partial t}(\varsigma)=0 \qquad (4) \qquad \frac{\partial}{\partial t}(uh)=-\rho h\frac{\partial \zeta}{\partial x}R'_x \qquad (5) \qquad \frac{\partial}{\partial t}(vh)=-\rho h\frac{\partial \zeta}{\partial y}+R'_y \qquad (6)$$

ここで、式(4)において、湖水流動層の厚さhは時間的に変動していないものとしている。また、式(5)および(6)において、式(2)および(3)におけるR_x, R_yをρで割ったものをR'_x, R'_yとおいているが今後はこれを新たに、R_x, R_yとおく。次に、式(4)をt ,式(5)をx ,式(6)をyで微分する。

$$\frac{\partial^2(uh)}{\partial t\partial x}+\frac{\partial^2(vh)}{\partial t\partial y}+\frac{\partial^2\varsigma}{\partial t^2}=0 \qquad (7) \qquad \frac{\partial^2}{\partial x\partial t}(uh)=-\rho h\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}+\frac{\partial R_x}{\partial x} \qquad (8) \qquad \frac{\partial^2}{\partial y\partial t}(vh)=-gh\frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2}+\frac{\partial R_y}{\partial y} \qquad (9)$$

式(8)および(9)より式(7)は次式となる。

$$-gh\left(\frac{\partial^2 \varsigma}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \varsigma}{\partial y^2}\right)+\frac{\partial^2 \varsigma}{\partial t^2}=-\frac{\partial R_x}{\partial x}-\frac{\partial R_y}{\partial y} \qquad (10)$$

式(10)の摩擦項等を省略できるものとすると次式を得る

$$-gh\left(\frac{\partial^2 \varsigma}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \varsigma}{\partial y^2}\right)+\frac{\partial^2 \varsigma}{\partial t^2}=0 \qquad (11)$$

式(11)は水位ςが変数分離型の解で示されることを表している。

5．流速の微分空間

式（5）の時間微分を取ると次式を得る。

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}(uh)=-gh\frac{\partial^2}{\partial t\partial x}\zeta+\frac{\partial}{\partial t}R_x=gh\left\{\frac{\partial^2(uh)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2(vh)}{\partial x\partial y}\right\}+\frac{\partial R_x}{\partial t} \qquad (12)$$

同様に、式（6）の時間微分より次式を得る。

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}(vh)=-gh\frac{\partial^2}{\partial t\partial y}\zeta+\frac{\partial}{\partial t}R_y=gh\left\{\frac{\partial^2(uh)}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2(vh)}{\partial y^2}\right\}+\frac{\partial R_y}{\partial t} \qquad (13)$$

よって、式（１２，１３）は次式のように表される。

$$L_1(uh)+L_2(vh)=\frac{\partial R_x}{\partial t} \qquad (14) \qquad\qquad L_2(uh)+L_3(vh)=\frac{\partial R_y}{\partial t} \qquad (15)$$

ここに、

$$L_1=\frac{\partial^2}{\partial t^2}-gh\frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad (16), \qquad L_2=-gh\frac{\partial^2}{\partial y\partial x} \quad (17), \qquad L_3=\frac{\partial^2}{\partial t^2}-gh\frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (18)$$

よって、流速 u、v の方程式として、$L_3\{$式 $(14)\}-L_2\{$式 $(15)\}$,ならびに、$-L_2\{$式 $(14)\}+L_1\{$式 $(15)\}$より次式を得る。

$$L_4(uh)=L_3(\frac{\partial R_x}{\partial t})-L_2(\frac{\partial R_y}{\partial t}) \qquad (19), \qquad\qquad L_4(vh)=L_1(\frac{\partial R_x}{\partial t})-L_2(\frac{\partial R_y}{\partial t}) \qquad (20)$$

ここに、

$$L_4=L_3L_1-L_2L_2 \qquad (21)$$

式（１９)、（２０）の右辺が省略できるとき、流速 u, v は同じ微分空間で表される。

$$L_4(uh)=0 \qquad (22) \qquad\qquad L_4(vh)=0 \qquad (22)$$

式（２２）および（２３）の解を得ることは難しいことではない。境界条件を満足するような解を構成できれば、湖水の流動は解析解で表される。

6．むすび

湖水流動の微分空間を検討してみた。水位は変数分離型の解で示されることを明らかにした。また、流速 u, v の単独の微分方程式を導いた。