

I - 19

学習済みニューラルネットワークを利用した感度解析について

八戸工業高等専門学校 学生員 ○加藤 雅啓

学生員 坂本 知子

正会員 斉藤 進

1. まえがき

本研究では入力と出力の関係が数式によって陽に表現されている解析の例題によって結合荷重法と感度係数法による感度解析を実行し、その特徴や有用性、利用法などを明らかにする。結合荷重法では入力の出力に対する影響が比率で示され、入力の出力に対する影響の大小が一目瞭然となるため、影響が小さく不要と思われる入力の除去などに有効である。

感度係数法では入力の値によって感度係数の大きさが変わるため、入力の出力に対する影響は概略的にしかわからない。しかし、感度係数は偏微分の計算であるため偏微分を用いる最適化手法に学習済みネットワークを組み込んで偏微分の計算を迅速に行うことができる。

2. 感度解析

2.1 結合荷重法

結合荷重法は結合荷重の評価をより組織的、客観的に行って、入力の出力に対する影響を比率によって把握しようとする方法である。入力層、中間層、出力層からなる3層のネットワークを考え、各層のユニット数を n, h, m 各層のユニットを代表する添字を k, j, i で示す。入力層のユニット $k=1, 2, \dots, n$ について、以下の(1)式と(2)式による計算を実行すると結合荷重マトリックスが得られる。

$$S_j = \frac{|w_{jk}|}{\sum_{r=1}^n |w_{jr}|}, \quad j=1, 2, \dots, h \quad (1)$$

上式において、 $w_{jk}(w_{jr})$ は入力層のユニット $k(r)$ と中間層のユニットを結ぶ結合荷重であり、 S_j はユニット j につながる結合荷重の相対的強さを示す。

$$\tilde{t}_{ik} = \sum_{j=1}^h S_j \times |w_{ij}|, \quad i=1, 2, \dots, m \quad (2)$$

上式において、 w_{ij} は中間層のユニット j と出力層のユニット i を結ぶ結合荷重であり、 $\tilde{t}_{ik}$ は入力層のユニット k の出力層のユニット i に対する感度（影響

度）を示す。 $\tilde{t}_{ik}$ は合計が1となるように正規化されマトリックス表示される（結合荷重マトリックス）。

2.2 感度係数法

階層型ネットワークの動作は、数式で完全に記述されることから、入力に対する出力の感度係数（偏微分）を求めることができる。2.1と同じく3層のネットワークを考え、各層のユニット出力を y_k, y_j, y_i 結合荷重を w_{jk}, w_{ji} で示すと、途中結果を省略して、感度係数は

$$\partial y_i / \partial y_k = [\epsilon y_i (1 - y_i) \sum_j w_{ji} [\epsilon y_j (1 - y_j) w_{jk}]] \quad (3)$$

となり、もしネットワークが学習済みとなればその計算は簡単に行える。ただし出力関数としては次式のシグモイド関数を用いている。

$$F[x] = 1 / (1 + e^{-x}) \quad (4)$$

3. 数値計算例

3.1 数式例題

入力と出力の関係が明確な(5)式の例を用いて3層のネットワークによって、結合荷重マトリックスと感度係数の計算を行う。

$$\begin{aligned} y_1 &= x_1^4 + x_2^3 + x_3^2 + x_4 \\ y_2 &= x_1^2 + x_2^4 + x_3^3 + x_4 \\ y_3 &= x_1^3 + x_2^2 + x_3^4 + x_4 \\ (1.0 \leq x_i \leq 2.0) \end{aligned} \quad (5)$$

ネットワークの学習はデータ数 200 個、目標誤差 0.00001、中間層のユニット数を10個として行った。表1に結合荷重マトリックスを示すが、同べき乗3要素は概ね等しく、その平均は 0.4680, 0.2930, 0.1728, 0.0663（合計 1.0）であり、出力（関数）に対する入力（変数）の影響が明確に得られその比率も妥当であることがわかる。

また、表2には各入力の変域を $1 \leq x_1 \leq 2, 1 \leq x_2 \leq 3, 1 \leq x_3 \leq 4, 1 \leq x_4 \leq 2$ と設定して学習を行い結合荷重マトリックスを求めた結果を示す。表2より入力の変域次第で出力に対する影響度は変わること

が分かり、変域を明示した上で影響度を論じる必要がある。

次に学習済みネットワークを用いて計算された関数値と感度係数（ネットワーク出力値）を理論値と並べて表3に示す。表3は $x_1 \sim x_4 = 1.5$ の場合であるが、ネットワーク出力値はほぼ完全に一致しており、感度係数も理論値に近い値が得られていることが分かる。

3.2 トラスの構造解析例

図1に示す20部材トラスの部材断面積 $A_1 \sim A_7$ と先端鉛直変位 D 、全体座屈荷重係数 B 、全体積 V の関係を図2に示す3層のネットワークによって構築し、結合荷重マトリックスと感度係数の計算を行う。ネットワークの学習はデータ数400個、目標誤差を0.00001、中間層のユニットを14個として行った。表4に結合荷重マトリックスを示すが、これより D に対しては圧縮弦材の A_4 の影響が0.4435と大きく、続いて圧縮斜材の A_6 が0.1862、圧縮弦材の A_3 が0.1236と大きいことが分かる。 B に対しても圧縮弦

材の A_4 と圧縮斜材の A_6 の影響が0.3765、0.2705と大きく、垂直材の A_5 が0.1380で続いている。 V に対する各部材の影響度は理論値があるので表に記入したが、これよりマトリックス要素の信頼性が確かめられる。

次に学習済みネットワークを用いて計算された関数値と感度係数（ネットワーク出力値）を理論値と並べて表5に示す。表5は $A_1 \sim A_7 = 55\text{cm}^2$ の場合であるが、ネットワーク出力値のうち関数値は完全に一致しており、感度係数も理論値に近い値が得られていることが分かる。

4. あとがき

結合荷重法は影響度が小さいために除去したい入力決定に有効であり、実験的データや観測的データで入力除去の必要な場合に結合荷重法が使える。

感度係数法は感度係数（偏微分）が精度よく求まるので、入力と出力の関係が学習済みとなれば偏微分を用いる最適化法が適用できる。

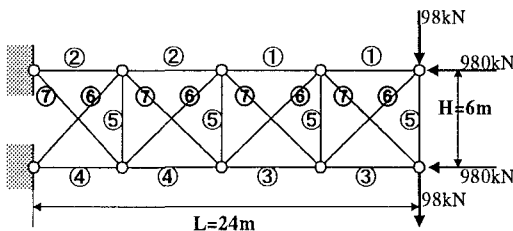


図1 20部材トラス

表1 結合荷重マトリックス

	x_1	x_2	x_3	x_4
y_1	0.4815	0.3003	0.1683	0.0499
y_2	0.1699	0.4435	0.3179	0.0687
y_3	0.2607	0.1802	0.4789	0.0803

表2 結合荷重マトリックス

	x_1	x_2	x_3	x_4
y_1	0.3182	0.3730	0.2880	0.0208
y_2	0.0955	0.4554	0.4319	0.0172
y_3	0.0379	0.0514	0.9058	0.0050

表3 関数値と感度係数

		y_1		y_2		y_3	
		理論値	NN値	理論値	NN値	理論値	NN値
関数値		12.187	12.277	12.187	12.249	12.187	12.230
		12.789	13.500	2.921	3.000	6.111	6.750
		6.613	6.750	12.814	13.500	2.832	3.000
		2.973	3.000	6.575	6.750	12.858	13.500
感度係数	$\partial/\partial x_1$	12.789	13.500	2.921	3.000	6.111	6.750
	$\partial/\partial x_2$	6.613	6.750	12.814	13.500	2.832	3.000
	$\partial/\partial x_3$	2.973	3.000	6.575	6.750	12.858	13.500
	$\partial/\partial x_4$	1.019	1.000	0.995	1.000	1.007	1.000

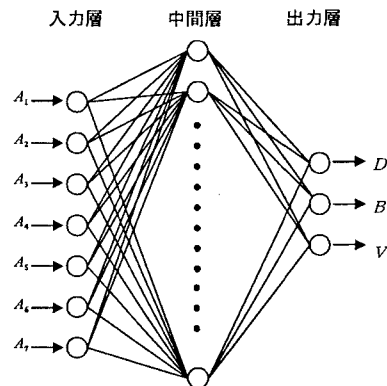


図2 ネットワークの構成

表4 結合荷重マトリックス

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
D	0.0671	0.0677	0.1236	0.4435	0.0476	0.1862	0.0643
B	0.0302	0.0420	0.0598	0.3765	0.1380	0.2705	0.0831
V	0.0924	0.0865	0.0860	0.0938	0.1704	0.2350	0.2359
$V_{\text{理論}}$	0.0858	0.0858	0.0858	0.0858	0.1716	0.2426	0.2426

表5 関数値と感度係数

		$D(\text{cm})$		B		$V(\text{cm}^3)$	
		理論値	NN値	理論値	NN値	理論値	NN値
関数値		5.001	4.984	3.043	3.025	769352	767733
		0.0105	0.0104	0.0003	0.0007	1200	1247
		0.0108	0.0106	0.0021	0.0023	1200	1110
		-0.0207	-0.0206	0.0015	0.0013	1200	1163
感度係数	$\partial/\partial A_1$	-0.0807	-0.0808	0.0713	0.0762	1200	1158
	$\partial/\partial A_2$	-0.0007	-0.0008	0.0213	0.0193	2400	2340
	$\partial/\partial A_3$	-0.0148	-0.0159	0.0607	0.0577	3394	3306
	$\partial/\partial A_4$	0.0046	0.0046	0.0086	0.0077	3394	3316