

I-12

多孔質弾性体内のキャビティの散乱特性

○東北大学 工学研究科 正 員 山本 晃司
東北大学 工学研究科 正 員 北原 道弘

表-1 多孔質弾性パラメータ

記号	意味	本論中で用いた値
μ, λ	非排水 Lamé 定数	$\mu = \lambda$
α	Biot の定数	$\beta < \alpha \leq 1$
M	Biot の弾性定数 ⁴⁾	5μ
β	孔隙率	0.2
ρ, ρ_f	全体及び流体の密度	$\rho = 3\rho_f$
$\tilde{\alpha}$	複素連成パラメータ	$\alpha - \beta$ (散逸無し)
b/m	無次元散逸パラメータ	0 (散逸無し)

1. はじめに

Biot の多孔質弾性モデルでは、横波 (T -波)、主として固体骨格部を伝播する縦波 (LS -波)、及び間隙流体を伝播する縦波 (LF -波) の三つの波の成分が現れる¹⁾。

本論文では、無限多孔質弾性体内に存するキャビティによる弾性波の散乱振幅を、積分表現を利用して導出する。さらに、主として固体骨格部を伝播する縦波の平面波が球形キャビティに入射波する場合を考え、多孔質弾性パラメータが散乱特性に与える影響について検討する。

2. 多孔質弾性体の散乱問題

2.1 散乱場の積分表現

図-1 に示すように、多孔質弾性体 D において、時間調和波 $q_I^{\text{in}}(\mathbf{x}) = (u_1(\mathbf{x}), u_2(\mathbf{x}), u_3(\mathbf{x}), p(\mathbf{x}))$ が散乱体 D^c に入射する問題を考える。ここで u_i は x_i 方向の固体骨格部の変位、 p は間隙流体圧力を表す。

点 $\mathbf{x}$ における入射波と散乱波の合計の場 q_J は次式で表される²⁾。

$$C_{IJ}q_J(\mathbf{x}) = q_I^{\text{in}}(\mathbf{x}) + \int_S [G_{IJ}(\mathbf{x}, \mathbf{y})s_J(\mathbf{y}) - W_{IJ}(\mathbf{x}, \mathbf{y})q_J(\mathbf{y})]dS_y \quad (1)$$

ここで、 $s_J = (t_1, t_2, t_3, q_n)$ は一般化されたトラクションベクトル、 t_i は全応力に対応するトラクションベクトル、 q_n は境界上の固体骨格を出入りする流体のフラックスを示す。 G_{IJ} は多孔質弾性体の基本解³⁾、 W_{IJ} は境界条件に適合して定義される二重層核、 C_{IJ} はフリータームを示す。

境界要素法で得られた境界 S 上の変位場 (q_J)、またはトラクション (s_J) を式 (1) に導入することで、領域 D における全変位場が得られる。

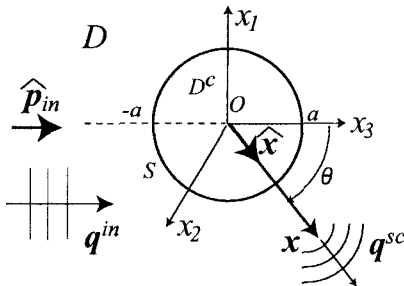


図-1 多孔質弾性体 D 中の散乱体 D^c による散乱

2.2 遠方の散乱振幅

遠方の点 $\mathbf{x}$ における散乱場を考える。散乱体近傍に原点 O を置き、境界 S 上の点 $\mathbf{y}$ に対して $\mathbf{x}$ が十分遠い場合、次の近似が成立する。

$$r \simeq |\mathbf{x} - \mathbf{y}| \simeq \frac{e^{ikr}}{r} \simeq \frac{e^{ikx - ik\mathbf{y} \cdot \hat{\mathbf{x}}}}{x} \quad (2)$$

ここで、 $\hat{\mathbf{x}}$ は点 $\mathbf{x}$ の方向を向く単位ベクトルである。横波の波数を k_T 、二つの縦波の波数を k_{LF}, k_{LS} と表す。単位振幅 p -波の入射に対する点 $\mathbf{x}$ における散乱場の J 成分 $q_J^{\text{sc}p}$ は次の式で表される。

$$q_J^{\text{sc}p}(\mathbf{x}) = \left[A_J^{Tp} \frac{e^{ik_T x}}{x} + A_J^{LFp} \frac{e^{ik_{LF} x}}{x} + A_J^{LSp} \frac{e^{ik_{LS} x}}{x} \right] \quad (3)$$

ここで、 $A_J^{qp}(\hat{\mathbf{p}}_{\text{in}}, \hat{\mathbf{x}})(q, p = T, LF, LS)$ は $\hat{\mathbf{p}}_{\text{in}}$ に向かって伝播する p -波の入射波に対する、 $\hat{\mathbf{x}}$ に向かう q -波の散乱波に関する散乱振幅の J 成分を示す。散乱振幅 A_J^{qp} は、式 (1) の基本解 G_{IJ} 、二重層核 W_{IJ} に、式 (2) の近似を導入することで得られる。

また、 LF -波及び LS -波の固体変位と流体圧力の振幅の比 (u_p^{LF}/p^{LF}) 及び (u_p^{LS}/p^{LS}) は次の関係を満たす。

$$u_p^{LF}/p^{LF} = -i \frac{k_{LF}^2 - k_{LF0}^2}{k_{LF} k_Q^2} \frac{\tilde{\alpha}}{\mu + \lambda} \quad (4)$$

$$u_p^{LS}/p^{LS} = -i \frac{k_{LS}}{k_{LS}^2 - k_{LS0}^2} \frac{\tilde{\alpha}}{\mu + \lambda} \quad (5)$$

ここで、 u_p は変位の伝播方向成分、 k_{LF0}, k_{LS0} はそれぞれ固体の変位と流体圧力の連成がない場合の流体及び固体の縦波波数、 k_Q は固体と流体の連成の強さを表す。解析に関連する多孔質弾性パラメータを表-1 に示す。

3. 球形キャビティによる散乱

3.1 解析モデル

ここでは、図-1 に示すように、半径 a の球形キャビティに対し、 $+x_3$ 方向に伝播する LS -波の平面波が入射する問題を考える。位相と散逸の基準点は入射側の

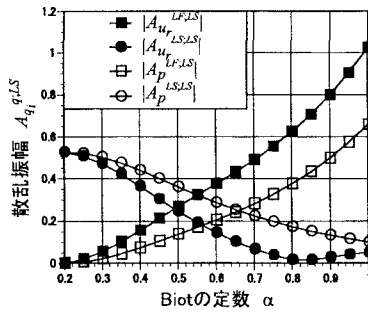


図-2 前方散乱振幅の Biot の定数 α 依存性

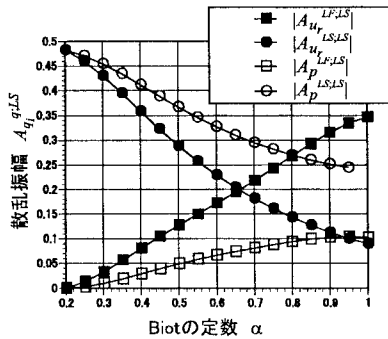


図-3 後方散乱振幅の Biot の定数 α 依存性

表面 ($x_3 = -a$) に置くことにする。 x_3 の向きを極とした時の天頂角 θ の方向の T -波、 LF -波、 LS -波のそれぞれの散乱振幅を求める。ここで、連成の効果が無いときの入射波の波数 k_{LS_0} とキャビティの半径 a の関係は $ak_{LS_0} = 1.3$ とする。キャビティの表面は、非浸透性 ($q_n = 0$) で、全応力に対応するトラクションが $0 (t_i = 0)$ の自由表面の境界条件を与える。

3.2 散乱振幅の連成効果

図-2と図-3に、散逸が無い場合の、Biot の定数 α が変化したときの前方 ($\theta = 0^\circ$) と後方 ($\theta = 180^\circ$) の、縦波の散乱に関する散乱振幅の、径方向変位 u_r の成分 ($A_{u_r}^{LF,LS}$, $A_{u_r}^{LS,LS}$) 及び間隙流体圧力の成分 ($A_p^{LF,LS}$, $A_p^{LS,LS}$) の変化を示す。 α が最小値 ($\alpha = \beta = 0.2$) の時の LS -波の入射に対して、 LF -波の寄与はないが、 α が最大値 ($\alpha = 1$) に近づくにつれて、 LF -波の寄与が大きくなり、一定の α 以上では、 LF -波の寄与の方が大きくなることがわかる。

図-4と図-5は、連成が弱いとき ($\alpha = 0.4$) と強いとき ($\alpha = 0.8$) のそれぞれの、散乱振幅の θ に対する分布を示す。ここでは、縦波の散乱に関する散乱振幅と、横波 (T -波) の散乱に関する散乱振幅の周方向変位成分 ($A_{u_\theta}^{T,LS}$) を示す。これより、流体中を伝播しない横波にも、連成の影響が生じることがわかる。

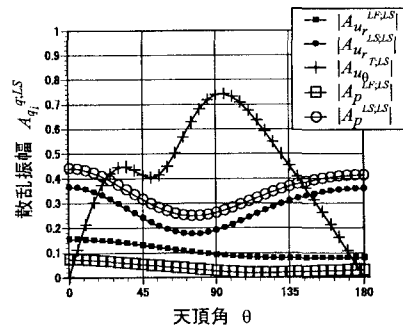


図-4 θ 方向の散乱振幅：連成の弱い場合 ($\alpha = 0.4$)

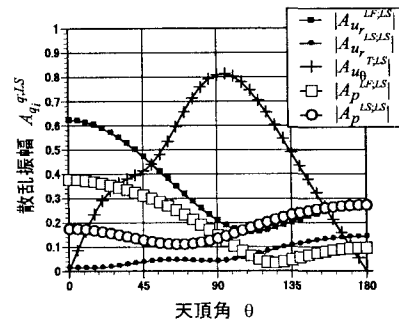


図-5 θ 方向の散乱振幅：連成の強い場合 ($\alpha = 0.8$)

4. 結論

遠方における散乱振幅の積分表現から、主として固体中を伝わる LS -波の入射に対して、圧力と固体変位の連成を支配するパラメータである Biot の定数 α が大きくなるに従って、主として流体を伝わる LF -波の散乱波に対する寄与が大きくなることがわかった。

LF -波は散逸が大きく位相速度が分散するという特徴があるため、この効果は流体で飽和した多孔質弾性体における非破壊評価に大きな影響を与えられ考える。今後は、周波数、境界条件、散乱体形状との関係等について検討していきたい。

参考文献

- 1) Biot, M. A.: Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.28, pp.168-178, 1956.
- 2) 福井卓雄, 船戸慶輔, 井上耕一: Biot 物体中における波動問題の周波数領域境界要素法解析”, 境界要素法研究会境界要素法論文集, 13 巻, pp.149-152, 1996.
- 3) Yamamoto, K. and Kitahara, M.: Elastic wave scattering analysis of cavities in poroelastic media using three-dimensional boundary element formulation, *Poromechanics II*, eds. J.-L. Auriault, et al., Balkema, pp.857-863, 2002.
- 4) Biot, M. A. and Willis, D. G.: The elastic coefficients of the theory of consolidation, *J. Appl. Mech.*, Vol.24, pp.594-601, 1957.