

I - 8 介在物の分布と複合材料の巨視的降伏の異方性との関係

東北大学大学院工学研究科 ○学生員 廣瀬 恒太
東北大学大学院工学研究科 正 員 岩熊 哲夫

1. まえがき

複合材料は幅広い分野で活用され、例えば繊維補強材料のような新材料の開発がさかんである。その際に材料の配合率等を決定するためには実験や解析を網羅的に行う必要があり、それは非効率である。そこで森・田中理論¹⁾のような解析的な予測手法があると便利である。森・田中理論を様々な定式化にあてはめた研究は多いが、そのほとんどは2相問題に対するもので、多種の介在物を考慮することはできない。そこで本論文では増分型の弾塑性の定式化に森・田中理論を当てはめたものをさらに任意の種類数の介在物を考慮できる形に一般化する。そして介在物の分布と巨視的降伏の異方性との関係について考察する。

2. 一般化した増分型の定式化

ここでは回転楕円体介在物が任意の寸法比や方向を有し、それが個々の材料特性を持っているような複合材料に一般化した増分型の定式化を示す。森・田中理論の平均化を用いると巨視的応力増分 $\dot{\sigma}$ が作用したときの、例えば介在物の応力増分は

$$\dot{\sigma}_i = B_i \dot{\sigma} + \left\{ L_i \sum_j (D_{ij}) - M_i \right\} \dot{\epsilon}_M^p + M_i \dot{\epsilon}_i^p - L_i \sum_j (D_{ij} \dot{\epsilon}_j^p) \quad (1)$$

のような関係式で表される。ここに B_i , D_{ij} , L_i , M_i は4階のテンソルで添え字 i が付くものは介在物の種類によってそれぞれ求められる。

3. J_2 流れ則に従う材料の場合

ここでは材料が J_2 流れ則に従う場合に介在物の分布と巨視的降伏の関係について考察する。

介在物形状は半径比が1:1:2のフットボール型の回転楕円体で、母材の材料定数は2124Alを想定して、ヤング率 $E_M = 60$ GPa, ポアソン比 $\nu_M = 0.3$ で降伏しないものとした。また、介在物の材料定数は文献²⁾にならって、SiCを想定して $E_i = 450$ GPa, $\nu_i = 0.2$, $\sigma_i^y = 700$ MPa, $h_i = 1$ GPa, $n_M = 0.5$ とした。介在物集合の総体積比率 f_i は $f_i = 13.2\%$ である。この場合の巨視的初期降伏曲面が図-1である。介在物の角度とその体積比率は前述の例と同様に均等に分布した。また、同図中の破線は1種類のみを含む場合の降伏曲面である。破線のうち最も内側の線を構成しているのは $\theta = 0, 90$ 度の2つである。そして均等に分布したもの（実線）はその線と同じ形状を示し、相互作用によってやや内側に位置する。介在物が降伏する場合、長軸方向を均等に分布しても面内での载荷方向に依らず、 $\theta = 0, 90$ 度のどちらかが必ず先に降伏するため、巨視的な降伏もどちらかの介在物の降伏によって決定される。そのため降伏曲面は角を持つ形状となる。

4. すべりメカニズムで降伏する材料の場合

(1) すべり系を有する複合材料の構成則

金属のように結晶構造を持つ材料の降伏は、転位の存在の上で結晶格子の稠密面内のすべり変形によって起きることが知られている。単結晶であればそのようなすべりで降伏するが、それがランダムに分布する多結晶体である鋼などの材料では、巨視的には前章のような J_2 流れ則のように、具体的にはすべりメカニズムで生じているようには見えない。ここでは、そのすべり則で微視的には支配されるメカニズムを有する多結晶体や複合材料の巨視的降伏を考察したい。すべり変形のメカニズムの塑性モデルとしてここではAsaroの2重すべりモデル^{3),4)}を用いる。すべり面上に発生するせん断応力速度は

$$\dot{\tau}^\alpha = \dot{\sigma}_{ij} p_{ij}^\alpha \dots\dots\dots (2)$$

で表される。ここに p_{ij}^α は各すべり系の法線ベクトル $\mathbf{n}$ とすべり方向ベクトル $\mathbf{s}$ で

$$p_{ij}^\alpha = \frac{1}{2} (s_i^\alpha n_j^\alpha + s_j^\alpha n_i^\alpha) \dots\dots\dots (3)$$

と定義される。降伏関数は、すべり面上で発生するせん断応力 τ がそのすべり系の降伏せん断応力 τ_y^α に達したときに材料が降伏すると仮定するSchmid則に従うものとし

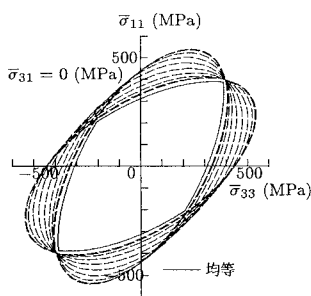


図-1 J_2 長軸方向を均等に分布させた場合の巨視的初期降伏曲面

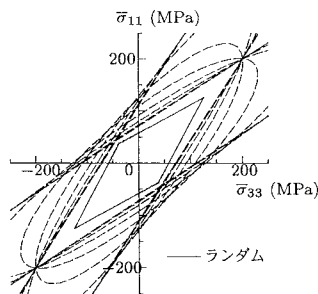


図-2 すべりで降伏する介在物の長軸方向を均等に分布させた場合の巨視的初期降伏曲面

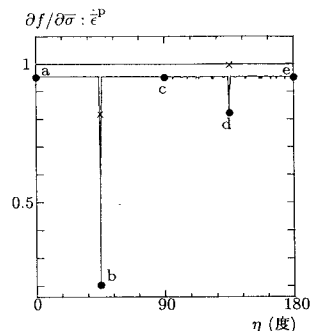


図-3 巨視的塑性ひずみ増分の法線性

$$f^\alpha = \tau - \tau_y^\alpha = \sigma_{ij} p_{ij}^\alpha - \tau_y^\alpha \dots \dots \dots (4)$$

で表される。

(2) 問題の設定

母材の材料定数は $E = 60$ (GPa), $\nu = 0.3$ で、介在物の材料定数は $E = 450$ (GPa), $\nu = 0.2$, せん断降伏応力 $\tau_y^\alpha = 100$ (MPa), 抵抗係数 $K = 1.0$ (MPa) とした。またすべり系の向きについては、立方晶の場合の稠密面のなす角をおよそ 70 度と考え、35 度にした。また介在物の形状は半径比が 1:1.5 の回転楕円体である。

(3) 介在物の向きと結晶方位を均等に分布させた場合

ここでは θ も 0 ~ 170 度まで 10 度刻みで分布させ、各 θ に対して結晶方位の代表向きも $\psi = 0 \sim 175$ 度の範囲で 5 度刻みで与えた複合材料を対象とする。介在物の体積比率は合計で 16.2% である。この場合の巨視的初期降伏曲面が図-2 である。この巨視的初期降伏曲面は 4 つの角を持つ菱形をしている。これは $\theta = 0^\circ$ と $\theta = 90^\circ$ の場合の個々の降伏曲面 (破線) が最も内側にあることから類推できるように、この 2 つの介在物中の降伏によって巨視的な降伏が決定されるためである。また様々な長軸向きを持つ介在物が同時に含まれるため、相互作用によって $\theta = 0^\circ$ の介在物のみが含まれる場合と $\theta = 90^\circ$ の介在物のみが含まれる場合の降伏曲面を結んだ線よりも若干内側に降伏曲面が位置する。

(4) 巨視的塑性ひずみ増分の法線性

図-3 は図-2 の実線に対して、降伏曲面の法線方向と巨視的塑性ひずみ増分の内積の値を縦軸にとり、 σ_{33} 軸から右回りの載荷方向の角度をとったものである。45 度方向、135 度方向の角にそれぞれ対応する b 点と d 点以外では内積が 1 に近く法線則はほぼ満足されている。その b 点と d 点についても角の両側の降伏曲面の法線方向の中間方向との内積をとれば $\times$ 印となり、それほど大きく法線性が崩れていないことが分かる。

5. まとめ

森・田中理論を用いた増分型の弾塑性の定式化を複数種類の介在物を考慮できる形に拡張した。そして介在物が降伏する場合には巨視的降伏は最も先に降伏する介在物の降伏によって決まり、巨視的初期降伏曲面は角を持つことが分かった。また、向きの異なる介在物が存在するときは相互作用によって降伏曲面の大きさが変わることが分かった。さらにすべり系を有する複合材料について解析を行い、巨視的な法線則がほぼ満たされることを確認し、また角点においては 2 つの法線の中間を向くことが分かった。

参考文献

- 1) Mori, T. and Tanaka, K.: Average stress in matrix and average energy of materials with misfitting inclusions, *Acta Metall.*, Vol.21, pp.571-574, 1973.
- 2) Sun, L.Z. and Ju, J.W.: Effective elastoplastic behavior of metal matrix composites containing randomly located aligned spheroidal inhomogeneities. Part II: applications, *Int. J. Solids Structures*, Vol.38, pp.203-225, 2001.
- 3) Asaro, R.J.: Micromechanics of Crystals and Polycrystals, *Advances in Appl. Mech.*, Vol.23, pp.1-115, 1983.
- 4) Iwakuma, T. and Nemat-Nasser, S.: Finite elastic-plastic deformation of polycrystalline metals, *Proc. R. Soc. Lond.*, Vol.A394, pp.87-119, 1984.