Ⅲ－21　均質化法を応用したロックボルトの最適設計

東北大学　学生員　○平出壮司
東北大学　正会員　　京谷孝史
東北大学　学生員　　谷　宗行

1．はじめに

ロックボルトは岩盤構造物の補強工として古くから用いられてきたが，その定量的評価手法は構築されていない．コストよりも構造物の安定性を最優先し，必要以上のロックボルト部材を等間隔に施工しているのが現状である．構造物内においては，場所によって荷重の加わり方や変位の大きさが異なるため，ロックボルトを多く使用して等間隔に打設するのは不経済である．すなわち有効なロックボルトの打設配置を把握することができれば使用するロックボルト量の低減につながり，将来，経済的な施工が可能になることが期待される．

そこで，本研究では均質化法により岩盤，及びロックボルトを施した岩盤の弾性係数を求め，FEMによりロックボルト工を施した岩盤斜面を評価し，SOR法を用いてロックボルト打設間隔の最適化を行う．本解析では，対象となる岩盤斜面構造物に対しロックボルトの使用量が限られているときの最適なロックボルトの打設間隔の評価を試みる．

2．均質化法の応用

均質化法では，微視的な内部周期構造を有する材料に対して，ユニットセルと呼ばれるその基本単位構造を解析することによって，材料全体の巨視的平均弾性係数が以下のように数学的に厳密に与えられる[1]．

$$E_{ijkl}^{H}=\frac{1}{|Y|}\int_{Y}\left(E_{ijkl}(y)-E_{ijpq}(y)\frac{\partial\chi_{p}^{kl}(y)}{\partial y_{q}}\right)dY$$

上式の $E_{ijkl}(y)$ はユニットセル内の弾性係数の分布，$\chi_{p}^{kl}(y)$ は特性変位関数と呼ばれ，ユニットセルに関する方程式

$$\int_{Y}E_{ijpq}(y)\frac{\partial\chi_{p}^{kl}}{\partial x_{q}}\frac{\partial v_{i}}{\partial x_{j}}dY=\int_{Y}E_{ijkl}(y)\frac{\partial v_{i}}{\partial x_{j}}dY$$

を解くことによって得られる．

この均質化法を応用して，分布不連続面を有する岩盤と，ロックボルトを打設したとみなした岩盤に対して均質化弾性係数を求める．後者については，ユニットセルに対してロックボルトの占める割合を変えることにより打設間隔 p(m)を変えて評価した数種の均質化弾性係数を求めた．この弾性係数と打設間隔との関係を近似して pの関数とし，FEMに組み込む．

3．最適化解析手法

本研究における最適化解析手法を説明するにあたり，まず図-1に示すような構造物に対し，任意の体積の制約条件下でできるだけ多くの空隙をあけようとする最適化問題を例にとる．平均コンプライアンスの最小化，すなわち外力のする仕事量の最小化を目的関数とした．設計変数は大きさ1×1のユニットセルに対する空隙の大きさ a，bである．目的関数と制約条件はそれぞれ式(1)，式(2)で表される．

$$\min_{a,b}\left[\int q_{i}v_{i}dx\right] \tag{1}$$

$$\int_{V}(1-ab)dV\leq V_{0} \tag{2}$$

ここで，V_0は体積の制約である．ラグランジュ乗数 λを用いて式(2)をラグランジュ関数に組み込むと

$$L(a,b,v,\lambda)=F(v)-\lambda\left\{\int_{V}(1-ab)dV-V_{0}\right\} \tag{3}$$

となる．$F(v)$は全ポテンシャルエネルギーであり

$$F(v)=\frac{1}{2}\int_{V}\varepsilon_{ij}E_{ijkl}\varepsilon_{kl}dV-\int_{V}f_{i}v_{i}dx-\int_{S}t_{i}v_{i}dS \tag{4}$$

と表すことができる．

全ポテンシャルエネルギー停留原理に基づき，式(3)の変分を取ると，以下の式を導くことができる．

$$\frac{d}{dx_{j}}\left(E_{ijkl}\frac{dv_{k}}{dx_{l}}\right)+f_{i}=0 \tag{5}$$

$$\frac{1}{2}\frac{dv_{i}}{dx_{j}}\frac{\partial E_{ijkl}}{\partial a}\frac{dv_{k}}{dx_{l}}+\lambda b=0 \tag{6}$$

$$\frac{1}{2}\frac{dv_{i}}{dx_{j}}\frac{\partial E_{ijkl}}{\partial b}\frac{dv_{k}}{dx_{l}}+\lambda a=0 \tag{7}$$

$$\lambda\left\{\int_{V}(1-ab)dV-V_{0}\right\}=0,\qquad \lambda\geq 0 \tag{8}$$

式(5)はつり合い式，式(6)，(7)は設計変数a，bを求める式であり，式(8)はKuhn-Tucker条件である．

次に最適解への収束計算を行うSOR法を説明する．SOR法 (Successive Over Relaxation Method) は，最適解への収束を加速するために加速パラメータを用いて過大修正を行う手法である．以下，繰り返し計算を行うにあたりn回目の計算で得た値を$a^{(n)}$と表す．n回目の計算で得られた値から(n+1)回目の値を得るための式は，加速パラメータ ρを用いて

$$\begin{cases}a^{(n+1)}=\beta\left\{a^{(n)}+\rho_{a}f\left(a^{(n)}\right)\right\}\\ b^{(n+1)}=\beta\left\{b^{(n)}+\rho_{b}f\left(b^{(n)}\right)\right\}\end{cases} \tag{9}$$

と表される．ρ，β，$f\left(a^{(n)}\right)$および$f\left(b^{(n)}\right)$は，設計変数a，b，弾性係数E，ひずみεを用いて与えられる各種パラメータである．

実際の計算においては，初期値a，bを与え，FEMにより外力による仕事を求め，これを最小化するように制約条件内でa，bを更新し最適解に近づけた．

この解析手法を用いた例として，鉛直方向に3要素連なった柱状をしているモデルに対し，上方先端部に水平左向きに集中荷重を加えたものを取り上げる．弾性係数については空隙による減少分を考慮し，次のように設定した．

$$\boldsymbol{E}=\begin{bmatrix}(1-b)E_{0} & 0 & 0\\ 0 & (1-a)E_{0} & 0\\ 0 & 0 & \left(1-\dfrac{a+b}{2}\right)E_{0}\end{bmatrix}$$

制約条件は，空隙により減少した体積が元の体積の半分($V_0=0.5$)になるように設定した．得られた最適解 $a\times b$の空隙を表す長方形を各要素の中央部に表したも

のを図-2に示す．この例からわかるように，各要素ごとに異なった最適解を得ることができた．

4．ロックボルトの最適設計

ロックボルトの最適設計についても，外力(自重)による仕事が最小となるように最適化を行った．異なるのは制約条件であり，使用するロックボルトの本数に関して

$$\int_L \frac{1}{p} dl \le \frac{L}{p_{av}}$$

とした．L，p_{av} はそれぞれ対象となる構造物のロックボルトを施工する表面の高さ，平均打設間隔である．L/p_{av} はロックボルトの使用本数と考えることができる．ロックボルト打設による効果の，均質化弾性係数への組み込みは，先に記した通りである．打設間隔 p(m) と均質化弾性係数の関係について，(1,1)成分についてのみ図-3に示す．図-3から，弾性係数の各成分は p を変数とする2次関数で近似できると考えられる．したがって，$p = 0.75, 2.0, 2.5$(m) における均質化弾性係数を選択し，その3点から2次曲線を得ることとした．この曲線も図-3にあわせて示す．

解析対象の岩石は安山岩から成るとし，ロックボルトは異形鉄筋D25を用いることとした．材料物性値を表-1に，ユニットセルの画像データを図-4に示す．これらを元にロックボルトの打設間隔 p の最適化解析を実行した．ロックボルトは表層側から4層分の要素に対して打設すると仮定し，それ以外の部分は岩盤からなるとしている(平面ひずみ条件)．平均打設間隔 p_{av} は1.5mとした．

5．結論

結果として，要素ごとのロックボルトの割合を図で表現するためにロックボルトの打設間隔 p が小さいほど濃色で表したものを図-5に示した．つまり，この図から濃色で示された要素ほど，補強工を必要としていることがわかる．

本研究では，均質化法を応用してロックボルト打設間隔の最適化解析を行った．岩盤構造物の変形量を最小化するという目的に関して，ロックボルトをすべて等間隔で打設するよりもより適した打設間隔が存在することを示した．また，限られたロックボルトの本数でより効果的な打設間隔を解析できることを示した．

参考文献

1) 欧陽立珠：均質化法と極限支持力解析を用いた不連続性岩盤安定解析システムの開発，東北大学土木工学専攻修士論文，1998.

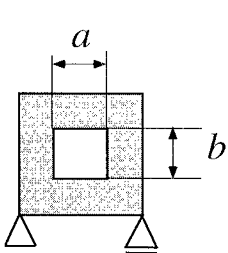

図-1 空隙モデル

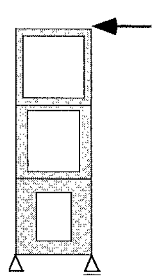

図-2 柱状モデル解析結果

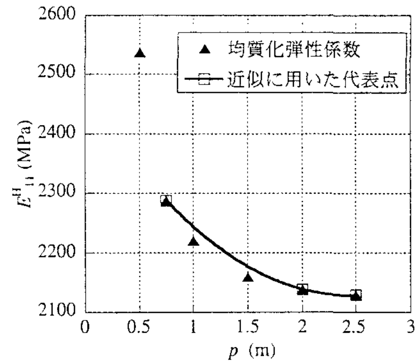

図-3 打設間隔 p と均質化弾性係数(E^H_{11})の関係

表-1 安山岩の材料物性値

ヤング率 (MPa)	3.893×10^4
一軸圧縮強度 (MPa)	232.5
粘着力 (MPa)	60.52
密度 (N/m³)	2.681×10^4
ポアソン比	0.2
内部摩擦角 (deg)	35

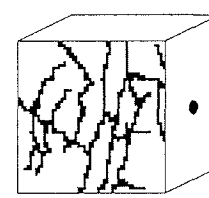

図-4 ユニットセル

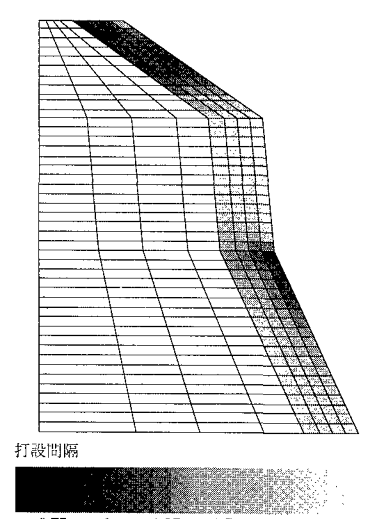

図-5 最適なロックボルト打設間隔分布図