

Ⅲ-13

粒状体における増分非線形性について

東北大学 フェロー会員 岸野佑次

1. はじめに 従来より弾塑性モデルは非弾性解析に広く用いられてきたが、任意载荷に対する材料要素試験が困難なため、その一般性は必ずしも検証されていない。本論文は、粒状要素法¹⁾を用いた3次元数値実験²⁾により、一般的塑性流動則の検討を行ったものである。

2. 三軸圧縮载荷試験シミュレーション 用いた粒状体モデルを図-1に示す。このモデルは半径が0.13-0.26cmの球粒子をランダムに配置したものであり、総粒子数は360個である。この領域の変形の制御は最縁部におかれた166個の境界粒子の移動を制御することにより行う。すなわち、境界粒子Bの中心の位置座標 x^B が常に初期の位置座標 X^B の線形写像 $x_i^B = T_{ij} X_j^B$ となるように移動を強制する。また、モデル領域の剛体回転を生じさせないようにするために、 T_{ij} ($i, j=1,2,3$) は対称とする。このとき、 T_{ij} はストレッチテンソルとなり、境界制御の自由度は境界粒子の数に拘わらず6となる。境界粒子と内部粒子間の剛性を考慮すれば、ストレッチテンソル増分と応力増分との線形関係が定まり、これを応力制御に用いる。境界粒子と内部粒子間および内部粒子同士のバネ定数は、いずれも、法線方向2.0 MN/m および接線方向1.4 MN/mとした。また、粒子間摩擦角は 15° とした。

図-2に示すように、0.1 MPaまで等方圧縮した後、側圧一定の応力制御三軸圧縮試験シミュレーション（応力増分の絶対値：1kPa）を行った。図-3に得られた応力ひずみ関係を示す。縦軸は応力比（偏差応力の絶対値／平均応力）を表す。2つの側圧成分の差は変形とともに若干大きくなり、また、3つのせん断成分の絶対値も大きくなる傾向にはあるが、応力比の比較的小さな段階では、 x, y 間の非対称性の発達やひずみ主軸の回転は顕著ではない。

3. 応力プローブ試験シミュレーション 前節の三軸試験で得られた応力比0.4の载荷状態を出発点とする2種類の応力プローブ試験シミュレーションを行った。プローブの大きさはいずれも1kPaとした。ここで、図-2に示す主応力3次元空間において、現在の応力 σ の方向を表す単位のベクトルおよびベクトル σ を含み x, y 軸と対称な傾きをもつ平面（後の結果で示すように、降伏曲面の接平面とみなすことができる）に直交する単位のベクトルを、それぞれ、次のように定義する。

$$l = \frac{\sigma}{|\sigma|} \quad n = \frac{\sigma - \sigma_0 - (\sigma - \sigma_0) : l l}{|\sigma - \sigma_0 - (\sigma - \sigma_0) : l l|} \quad (1)$$

また、これらに直交するベクトル m ($m:m=1$)を図の方向に定める。応力プローブ試験は図-2に示すような2つの面内における各 5° おき72方向の応力プローブから成り、角度の表示は同図に示す通りである。 n を降伏曲面の外向き法線ベクトルと仮定すると、古典弾塑性論による塑性領域は、それぞれ、 90° から 270° の範囲である。2つのプローブ試験の中、第1のプローブ試験はいずれも2つの主応力が等

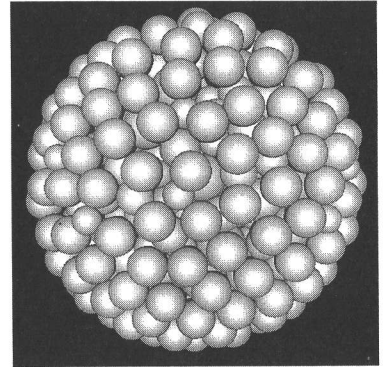


図-1 粒状体モデル

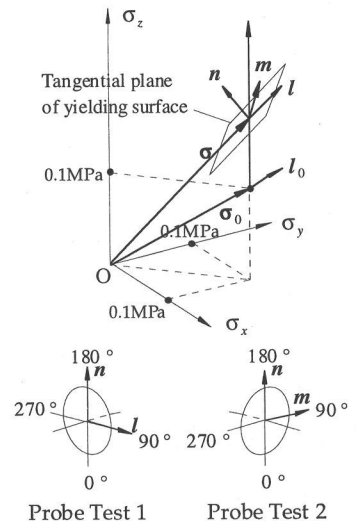


図-2 载荷経路とプローブ方向

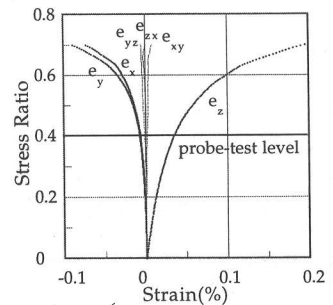


図-3 応力ひずみ関係

しい三軸試験として実施されるものであり、第2のプローブ試験は、 x, y 間の主応力差の発生を伴うものである。

プローブ試験より得られた塑性ひずみ増分の上記単位ベクトル方向の成分を図-4に示す。図中、塑性ひずみ増分が 180° においてほぼ最大であることから、 n を降伏曲面の法線方向とみなすことが可能である。第1のプローブ試験結果はある程度の精度で古典的流動則で表すことができることを示している。ただし、同図は関連流動則は不十分であることを示している。すなわち、関連流動則においては n 方向成分のみが非零であるのに対し、大きな l 方向成分も生じている。また、 m 方向成分も僅かに非零であるが、これは、モデルに内在する力学的異方性が非対称性として現れたためであると考えられる。

第2のプローブ試験結果については、古典的流動則による説明が困難である。すなわち、塑性ひずみを生じる方向が 90° から 270° の範囲を大きく超えている。また、応力増分の降伏曲面接線方向成分に依存した塑性ひずみ(m 方向成分)が生じている。これは、この载荷段階ではじめて x, y 間の主応力差が発生し、これに対応して新たなせん断メカニズムが発揮されたことに起因した結果であると考えられる。

4. 増分非線形モデル 前節のようなプローブ応答を示す塑性流動特性をどのように合理的に表すべきかについて検討する。いま、応力速度を、式(1)で与えられる成分に分解して次のようにおく。

$$\dot{\sigma} = (Nn + Ll + Mm) |\dot{\sigma}|, \quad N = n:t, \quad L = l:t, \quad M = m:t, \quad t = \dot{\sigma} / |\dot{\sigma}| \quad (2)$$

このとき、塑性ひずみ速度は、一般に

$$\dot{e}^p = \{f(N, L, M)n + g(N, L, M)l + h(N, L, M)m\} |\dot{\sigma}| \quad (3)$$

と表すことができる。上式において、 f, g, h が N, L, M の1次関数である場合に限り流動則は線形となる(降伏曲面接線方向成分依存型の線形モデル³⁾も含む)。ここで、図-4の結果に当てはめるために

$$\left. \begin{aligned} f(N, L, M) &= \frac{1}{\eta} \left(\frac{1}{2} N + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1.01L^2}{1-N^2} - L^2} + \frac{1}{2} \frac{M^2}{1-N^2} - \frac{1}{4} M^2 \right) \\ g(N, L, M) &= a f(N, L, M), \quad h(N, L, M) = b M f(N, L, M) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

のような非線形式を提案する(η は硬化係数、 a, b は比例定数)。図-5は $a=0.33, b=0.28$ とし、塑性ひずみ増分の大きさを n 方向成分最大値で正規化して描いたものである。図-4と比較して非常に良く合っていることがわかる。同図には関連流動則を仮定した場合の唯一の成分(n 方向成分)をA.F.R.として示した。古典的塑性論によれば、弾性領域と塑性領域を別個の構成式として定めることが必要であるが、提案式はこのような区別を必要としない連続関数である。ただし、提案式はDarveのオーダー2のモデル⁴⁾に比して複雑な式となっている。

参考文献 1) 岸野佑次：新しいシミュレーション法を用いた粒状体の準静的挙動の解析，土木学会論文集406(1989)，97-106. 2) Y. Kishino et. al.: On the plastic flow of granular media, in Powders & Grains 2001 (ed. Y.Kishino), A.A.Balkema (2001), 199-202. 3) K. Hashiguchi et. al.: Elastoplastic constitutive equation with tangential stress rate effect, Int. Jour. Plasticity 17 (2001), 117-145. 4) F. Darve et. al.: Yield surfaces and principle of superposition: Revisit through incrementally non-linear constitutive relations, Int. Jour. Plasticity 11 (1995), 927-948.

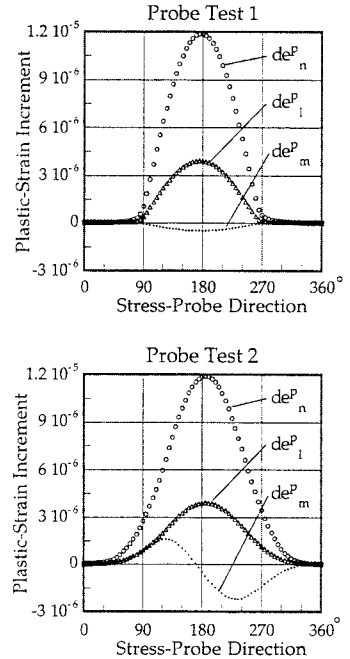


図-4 プローブ試験結果

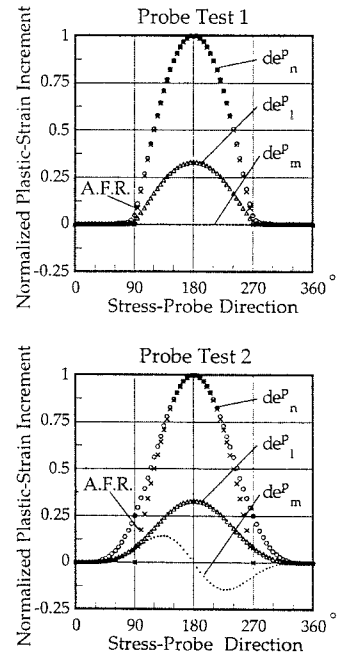


図-5 増分非線形モデル