

III — 8

内部変数理論による載荷速度依存性の表現

東北学院大学工学部 学生会員 ○天野真吾

東北学院大学工学部 学生会員 齋藤祥紀

東北学院大学工学部 正会員 飛田善雄

1 はじめに

工学材料が示す時間（速度）依存性挙動に、現在2つの大きな問題が提示されている。その1つは、時間依存性挙動の本質に係わる問題であり、時間依存性はどのようなメカニズムによりもたらされるのかというものである。もう1つの問題は、時間依存性挙動の構成モデルとしての統一的な考え方とその定式化である。

工学材料の時間依存性挙動のモデル化に対して統一的視点をもつことが本研究の主要な目的である。ここでは、比較的定式化が容易であり、様々な材料に対する実験データが豊富である金属多結晶体を対象に解析を行った。

2 内部変数理論の概要

非線形関係を有する工学材料は、履歴に応じて内部構造が変化している。一般に履歴の影響は、載荷の開始点から現在までの履歴の全ての情報を含むべきで、数学的には時間に関する積分形式で表現されることになる。この形式の構成モデルは理論的には優れているものの、実用の観点からは適用性に問題がある。このため、履歴の影響をある変数で代表させて、これを履歴に伴う内部構造変化を表現するパラメータと考え、内部変数と呼ぶ。

本研究では、1次元問題を対象として最も簡単な状況を設定し、内部変数理論に基づく弾・粘塑性モデルの基本的な特徴を表現する。内部変数（本研究では、内部変数として、粘塑性ひずみを直接利用する）を介在させることにより、材料の時間依存性挙動は内部変数の時間依存性がもたらしていることを明確に表現する。

3 静的平衡状態の仮定と具体的なモデル

静的平衡状態は、全ての内部変数の変化が終了した状態を意味する。逆に無限に速い載荷速度では内部構造変化を生じることができず、弾性的挙動を示すものとする。

図-2に示すように、無限に速い載荷速度における仮想的弾性関係（ $\tau^e = G\gamma$ ）と図-1の実験データを比較すると、載荷速度依存性の影響はそれほど大きくない。この事は粘塑性ひずみの多くの部分が、この程度の載荷速度の差異には影響を受けず、急速に生じる事を意味している。

本研究では、ある与えられたひずみ増分 $\Delta\gamma$ に対して、発生する粘塑性ひずみ増分 $\Delta\gamma_{eq}^p$ を2つに分割して考える。

$$\Delta\gamma_{eq}^p = \Delta\gamma_{fast}^p + \Delta\gamma_{slow}^p \quad (1)$$

$$\begin{cases} \Delta\gamma_{fast}^p = \alpha\Delta\gamma_{eq}^p \\ \Delta\gamma_{slow}^p = (1-\alpha)\Delta\gamma_{eq}^p \quad 0 < \alpha < 1 \end{cases}$$

ここに $\Delta\gamma_{fast}^p$ は、極めて速やかに発生する内部構造変化に対応する粘塑性ひずみ増分であり、現実的には時間依存性を示さない。 $\Delta\gamma_{slow}^p$ は、対象とする載荷速度の範囲内で、時間依存性を示すと仮定する。

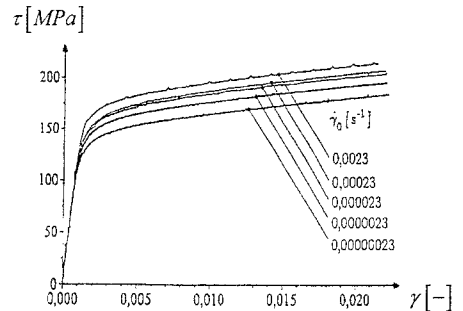


図-1 載荷速度依存性の実験データ

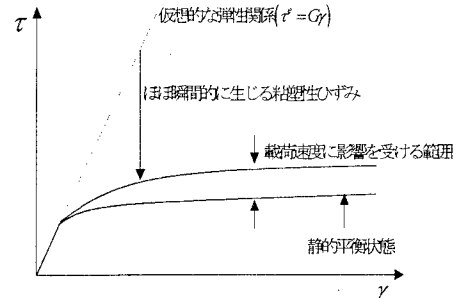


図-2 粘塑性ひずみの分割

載荷速度に影響を受ける範囲内の緩やかなプロセスの粘塑性せん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}^p$ を次式で与える。

$$\dot{\gamma}^p = (\dot{\gamma}_{eq}^p - \dot{\gamma}^p(t)) \quad (2)$$

(2) は、積分可能なので積分すると次式の様になる。

$$\dot{\gamma}^p = \Delta \dot{\gamma}_{slow}^p \left\{ 1 - \exp \left(- \frac{a^*}{\Delta \dot{\gamma}_{slow}^p} (\dot{\gamma}_{eq}^p - \dot{\gamma}^p(t)) \Delta t \right) \right\} \quad (3)$$

(3)は、 $\dot{\gamma}^p(t) = \dot{\gamma}_{eq}^p$ に達したところで時間依存性挙動が終息する関係を表現している。

4 解析の概要

材料定数として、 $\tau_y = 120(MPa)$ 、 $G = 120000(MPa)$ を選定した。応力 τ が降伏応力 τ_y を超えたとき、弾・粘塑性挙動が生じる。(プログラムソフトはMathematicaを使用した。)

5 解析結果

応力緩和現象は、降伏点を超えた後に粘塑性ひずみが発生し、ひずみを一定にすると、応力が時間の経過と共に減少していき、静的平衡状態で止まることが表現できている(図-3参照)。

クリープ現象も、降伏点を超えて粘塑性ひずみが発生し、応力を一定に保つと、ひずみが時間を追って増加していき、最終的に静的平衡状態で止まっている(図-4参照)。

載荷速度依存性は、載荷速度が速い場合は、短い時間しか経過していないので、粘塑性ひずみが小さく、支えることのできる応力が大きいことがわかる(図-5参照)。

応力跳躍現象は、途中でひずみ速度を速くすると、応力が急激に上昇し、ひずみ速度を元の速度に戻すと、最初のひずみ速度で一定載荷を行った曲線上に戻ることが表現できている(図-6参照)。

6 結論

静的平衡状態を仮定した構成モデルで、応力緩和現象、クリープ挙動、載荷速度依存性、応力跳躍現象を表現することができた。応力跳躍現象は、一応の挙動は表現できたものの不明確な点が残されているのでさらなる研究が必要である。

今回の時間依存性挙動を表現する構成モデルは、比較的定式化が容易である金属多結晶体を取り上げたので、今後は土の時間依存性挙動を表現できる様に発展させたい。

〈参考文献〉

飛田善雄:内部変数理論に基づく地盤材料の弾・粘塑性モデル
(研究室内資料)

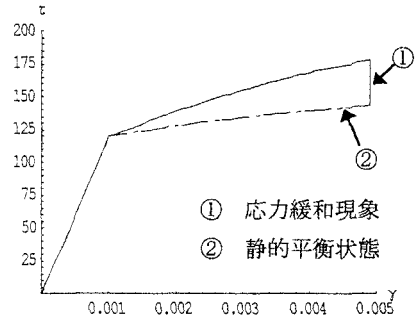


図-3 応力緩和現象

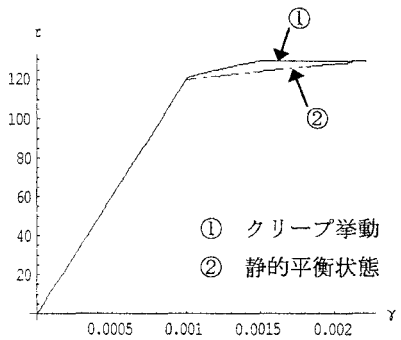


図-4 クリープ挙動

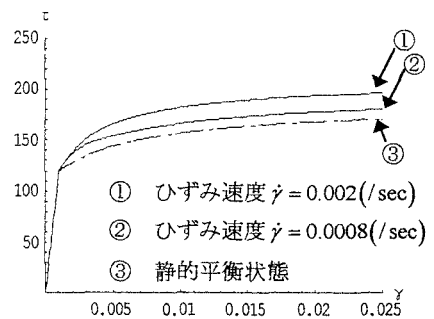


図-5 載荷速度依存性

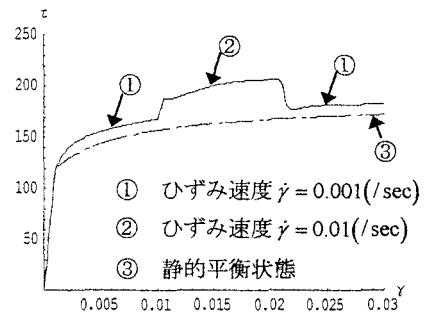


図-6 応力跳躍現象