

I-28

厚肉円管内欠陥による散乱波動場解析

○東北大学 学生員 小田島 淳
東北大学大学院 正 員 北原 道弘

1. はじめに

構造部材内の欠陥を超音波を用いて探傷する手法において、P 波あるいは SV 波を用いたものが多い中で、SH 波を用いた手法が開発されつつある。SH 波法はモード変換による音圧の低下や疑似エコーの発生が少ない、前後走査の必要がない等の利点を持っている。しかし、SH 波探触子により生成された波動の物体中の伝播挙動や欠陥からの散乱波の挙動などは意外に明らかになっていない部分が多い。

本論文では、SH 波探触子による波動場を可視化することにより、探触子が生成した波動の伝播挙動、厚肉円管の内壁部に存在する欠陥からの散乱挙動を明らかにし、SH 波を用いた欠陥の定量化を目的とする。数値解析において、探触子が生成する入射波動場の表現には表面力の重ね合わせ¹⁾による積分表現式を用い、探触子面上の各点波源に時間差をつけることで入射波の位置、波面形状、入射角度を自由に設定できるようにした。

2. 面外問題の積分方程式

Fourier 変換を次のように定義する。

$$\hat{u}(\mathbf{x}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u(\mathbf{x}, t) e^{i\omega t} dt \quad (1)$$

このとき、逆変換は次式のように定義される。

$$u(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{u}(\mathbf{x}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (2)$$

以後、Fourier 変換域の物理量の記述において上付のハットと ω を略す。

周波数域において面外せん断運動 (SH 波) を考える。面外変位の全変位場を $u(\mathbf{x})$ 、散乱波を $u^S(\mathbf{x})$ 、入射波を $u^I(\mathbf{x})$ とし、考えている領域 D において全変位場を次のように定義する。

$$u(\mathbf{x}) = u^S(\mathbf{x}) + u^I(\mathbf{x}) \quad (3)$$

散乱体の境界を S 、散乱体の内部領域を D^c とすると、全変位場 u に対する積分表現は Green の公式より次のように書ける。

$$\begin{aligned} \int_S \{U(\mathbf{x}, \mathbf{y}) t(\mathbf{y}) - T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u(\mathbf{y})\} dS_{\mathbf{y}} + u^I(\mathbf{x}) \\ = \begin{cases} u(\mathbf{x}), & \mathbf{x} \in D \\ 0, & \mathbf{x} \in D^c \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

$U(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ は基本解であり、次のようになる。

$$U(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{i}{4\mu} H_0^{(1)}(kTr), T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mu \frac{\partial U(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial n(\mathbf{y})} \quad (5)$$

また、 $r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ である。

境界上の積分方程式は、式 (4) において点 $\mathbf{x}$ を領域内から境界上へ極限をとることで次のように得られる。

$$\begin{aligned} C(\mathbf{x}) u(\mathbf{x}) = \int_S \{U(\mathbf{x}, \mathbf{y}) t(\mathbf{y}) - T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u(\mathbf{y})\} dS_{\mathbf{y}} \\ + u^I(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in S \end{aligned} \quad (6)$$

3. 入射波動場の積分表現

探触子が生成する波動場が欠陥への入射波となる。ここでは、探触子が放射する波動場の積分表現を定式化する。

3.1 表面力の重ね合わせによる入射波の表現

探触子表面からの放射問題を考えるために、物体力零の積分方程式に戻る。この方程式を図-1 のような半無限領域 $D(x_2 > 0)$ の領域) にあてはめ、半無限境界 S_h からの放射問題を考える。

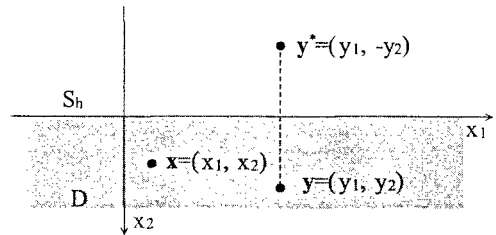


図-1 Green 関数 G の構成

領域 D 内の任意点 $\mathbf{x}$ における変位は次の式で表される。

$$u(\mathbf{x}) = \int_{S_h} \{U(\mathbf{x}, \mathbf{y}) t(\mathbf{y}) - T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u(\mathbf{y})\} dS_{\mathbf{y}} \quad (7)$$

いま、半無限領域 D 内の点 $\mathbf{y} = (y_1, y_2)$ に対する鏡像点 $\mathbf{y}^* = (y_1, -y_2)$ を利用して、基本解 $U(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ と $U^*(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ を重ね合わせた関数を

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = U(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + U(\mathbf{x}, \mathbf{y}^*) \quad (8)$$

とする。この $G(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ は、半無限境界 S_h 上で次の条件を満足する。

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 2U(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \frac{\partial G(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial n(\mathbf{x})} = 0, \mathbf{x} \in S_h \quad (9)$$

即ち、半無限境界上で面外応力零の境界条件を満たしている。いま、式 (7) において、 $U(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ を $G(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ に置き換えると、半無限領域内の任意点 $\mathbf{x}$ における変位場を次のように表すことができる。

$$u^I(\mathbf{x}) = u(\mathbf{x}) = \int_{S_p} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) t(\mathbf{y}) dS_{\mathbf{y}} \quad (10)$$

ここで、 S_p は半無限境界のうち、探触子面上の境界部分を表している。この $u(\mathbf{x})$ を D 内の入射波 $u^I(\mathbf{x})$ として用いることができる。

3.2 斜角入射

次に、斜角探触子の表面から物体内に入射波が、ある角度を持って入射する場合の入射波の積分表現を導く。図-2 のように探触子の表面 S_p を $y_1 \sim y_n$ の n 個の節点に Δy の等間隔で分割する。今、探触子表面から角度 α をなして進む平面波を生成することを考える (図-2 参照)。このとき、探触子面上の水平間隔 Δy

と時間間隔 Δt の間には $\Delta t = \Delta y \sin \alpha / c_T$ の関係が存在する。時間域において $y_1 \sim y_n$ の順番に、 Δt ずつ時間をずらして波を発生させれば波面が角度 α をなして構成できることになる。 y_1, y_m における時間域入射波の時間関数をそれぞれ $f_1(t), f_m(t)$ とすると、 $f_m(t)$ は次のようになる。

$$f_m(t) = f_1(t - (m - 1)\Delta t) \quad (11)$$

よって、 $f_m(t)$ の Fourier 変換 $F_m(\omega)$ は $f_1(t)$ の Fourier 変換 $F_1(\omega)$ を用いて次のように表せる。

$$F_m(\omega) = e^{i\omega(m-1)\frac{\Delta y \sin \alpha}{c_T}} F_1(\omega) \quad (12)$$

結局、 y_1 に表面力 $t_1(\omega) = F_1(\omega)$ を与えると、各点の F_m が求まり、式 (10) に代入することで次式のように境界要素法の入射波 $u^I(x)$ として用いることができる。

$$u^I(x) = \frac{i}{2\mu} \int_{S_p} t(y) H_0^{(1)}(k_T r) dS_y \quad (13)$$

最後に任意時間域入射波形と周波数域の解との合積を取り、逆 Fourier 変換することで時間域の解を得る。

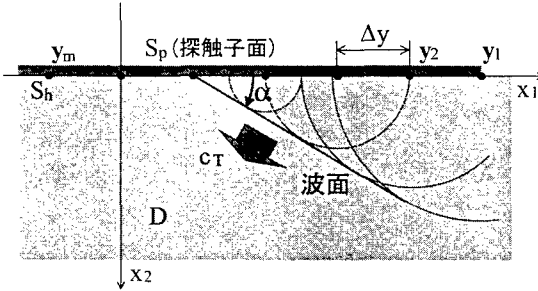


図-2 探触子表面 S_p と半無限領域 D

4. 数値解析結果

半径 $300a$ 、肉厚 $20a$ のクラックの入った円管に対し、中心横波波数 $ak_T=5$ 、入射角 60 度で円管表面から SH 波を入射した際の波動場（無次元化時間 $t=40a/c_T$ における波動場）を可視化したものを図-3 に示す。下は入射波の周波数特性（左）と時間域波形（右）である。

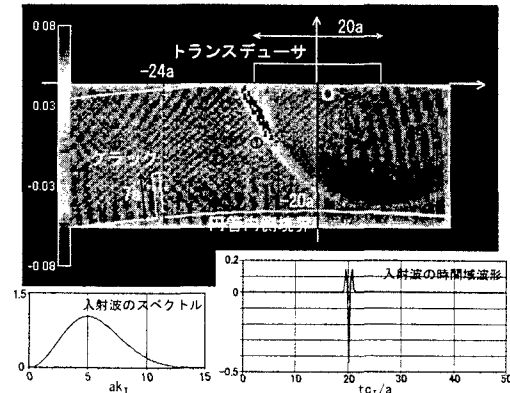


図-3 斜角入射 60 度の入射波の様子 (時刻 $t=40a/c_T$)

図-3 より、 60 度方向に入射波面が生成されていることがわかる。また、 60 度方向だけでなく全方向に波動が放射されていることも確認できる。

次に、クラックによる反射挙動を観察する。いま考えている問題は、中心周波数における波長が $1.2a$ であり、解析の 1 例として対象とするクラックの長さを $7a$ に設定している。図-4 は $t=68a/c_T$ における波動場を可視化したものである。底面で反射した波、クラック上端で散乱された波が見える。

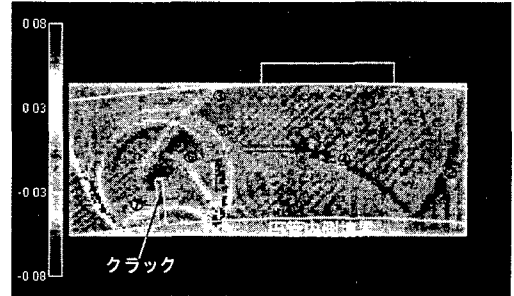


図-4 クラックによる波の散乱 (時刻 $t=68a/c_T$)

このとき、トランスデューサの中心部（座標原点 O ）で得られた時間域波形を図-5 に示した。

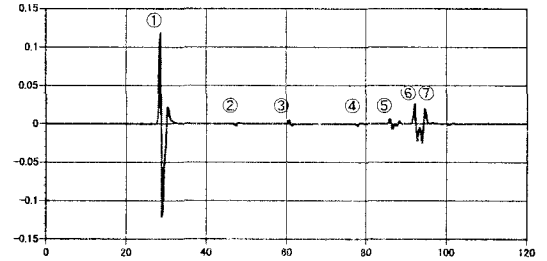


図-5 斜角入射 60 度によるクラックからの散乱波

第 1 波は入射波である。第 2 波は SH 波の入射の際に出る探触子左端部からのエッジ波、第 3 波は底面からの反射波、第 4 波は第 2 波が底面で反射してきた波である。第 5 波はクラック上端からの回折波、第 6 波はクラックのルート部からの反射波で、それと重なるようにクラック上端からの回折波が底面で反射した第 7 波が現れている。

5. 結論

SH 波の波動場を可視化することで、斜角探触子により生成される主要部の波面が確認できた。さらに、得られた散乱波によりクラックの上端からの回折波とルート部からの反射波の時間差を計算することでクラックのだいたいの大きさを把握するための情報となり得ると言える。

参考文献

- 1) Lester W. Schmerr, Jr. : Fundamentals of Ultrasonic Nondestructive Evaluation, (1998), Plenum Press.