

I-27

多重散乱を考慮した散乱減衰評価

○東北大学大学院 学生員 岸 典之
東北大学大学院 正 員 北原道弘

1. はじめに

材料評価の観点から、散乱減衰を計測し、この散乱減衰の周波数依存特性から介在物¹⁾や空孔²⁾の分布密度など材料のマクロ特性に係わる物理量を推定する試みが超音波計測の立場から試みられている。一方、クラックによる散乱減衰については、2次元弾性体中に存在する有限厚さの層内に分布したクラックによる散乱問題として Angel と Bolshakov³⁾が半解析的に散乱減衰量を導出している。これらの研究は全て散乱体間の多重散乱の影響を無視した独立散乱体理論⁴⁾を基に散乱減衰量を算定している。独立散乱体の仮定は解析と計測を組合せ易いという観点から有用であるが、多重散乱の影響を考慮した散乱減衰量を評価した上で適用性について検討する必要がある。ここでは、3次元弾性体内に分布した円形クラックについて、大域的には独立散乱体理論を仮定し、局所的な分布形態に対してのみクラック間の多重散乱を考慮した散乱減衰解析を行うことにより、局所的なクラック間の多重散乱が分布クラック全体系の散乱減衰に与える影響について考察する。

2. クラックの分布形態

ここで解析対象とするクラックの分布形態を図-1に示す。主クラックと副クラックは近接して存在してお

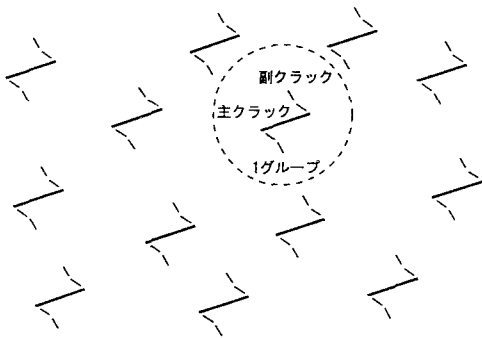


図-1 クラックの分布形態

り、これら主および副クラック間の局所的な多重散乱現象は考慮するが、主クラックと副クラックを1つのグループとしたとき、各グループ間の距離は多重散乱を無視し得る程度に離れているものとする。また、グループ内のクラック配置は各グループ間で同一と仮定する。この状態における散乱減衰の計算過程を以下に示す。

3. 数値解析法

3.1 複数クラックによる多重散乱解析

複数クラックの散乱解析については文献5)に詳しい。ここでは、2つのクラック SC_1 及び SC_2 が存在する場合について、解析法を要約する。クラック SC_1 面上に $x_1 - x_2$ 軸が位置するように局所直交座標系 (x_1, x_2, x_3) を選ぶと、散乱場 u_i^{SC} は周波数域において次式で表される。

$$u_k^{SC}(\mathbf{x}) = \int_{SC_1} \Xi_{km3}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \Delta u_m(\mathbf{y}) dS_y + \int_{SC_2} \Xi_{kml}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) n_l(\mathbf{y}) \Delta u_m(\mathbf{y}) dS_y \quad (1)$$

ここで、 Δu_m はクラックの開口変位、 Ξ_{kml} は応力に関する基本解、 n_l はクラック面上の単位法線ベクトルである。式(1)で応力に関する微分を行えば、散乱波による応力の積分表現を得る。ここで領域内の点 $\mathbf{x}$ のクラック面 SC_1 上への極限をとり、クラック面上の境界条件 $t^{SC} = -t^{IN}$ (t^{IN} は入射波による表面力) を適用し、全体座標系への変換を行う。クラック面 SC_2 上の散乱場対しても同じ操作を行うことにより、次のような境界積分方程式系を得る。

$$\begin{Bmatrix} -\bar{f}_1^{IN} \\ -\bar{f}_2^{IN} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{K}_{11} & \bar{K}_{12} \\ \bar{K}_{21} & \bar{K}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \bar{u}_1 \\ \Delta \bar{u}_2 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

上付のバーは全体座標系での値を示す。 $\bar{f}_1^{IN}$ と $\bar{f}_2^{IN}$ はクラック面 SC_1 と SC_2 上の入射波による表面力、 $\Delta \bar{u}_1$ と $\Delta \bar{u}_2$ は SC_1 と SC_2 上のクラックの開口変位である。この方程式を開口変位について解き、全体座標系における散乱場の積分表現に代入することにより、散乱場 $u^{SC}(\mathbf{x})$ が求まる。

3.2 散乱断面積

複数クラックにより散乱された波動の総エネルギー量が、ここで評価したい散乱減衰と関係する。このため、散乱波が有するエネルギーをクラックの幾何学的断面積に換算表現した散乱断面積を求める。散乱断面積 $P_g(\omega)$ は、散乱波の時間平均パワー $\langle P_g^{SC} \rangle$ と入射波の時間平均インテンシティ $\langle I^{IN} \rangle$ の比として次のように定義される。

$$P_g(\omega) = \frac{\langle P_g^{SC} \rangle}{\langle I^{IN} \rangle} = \frac{\int_A \hat{x}_i \langle \sigma_{ij}^{SC} \dot{u}_j^{SC} \rangle dA}{\langle p_i \sigma_{ij}^{IN} \dot{u}_j^{IN} \rangle} \quad (3)$$

ここで、 A は図-1に示した主クラックと副クラックからなる1グループ内の局所複数クラックを囲む球面であり、 $\hat{x}_i$ はこの球面の単位法線ベクトルである。また p_i は入射波の進行方向を表す単位ベクトルである。散乱断面積を計算するために、散乱微分断面積 $dP/d\Omega$ ($d\Omega$ は単位球面上の立体角) を先に計算する。

$$\frac{dP_g}{d\Omega} = |\mathbf{A}_L|^2 + \frac{k_L}{k_T} (|\mathbf{A}_T|^2 + |\mathbf{A}_H|^2) \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{A}_L$ は縦波の散乱振幅、 $\mathbf{A}_T$ と $\mathbf{A}_H$ は横波の散乱振幅である。散乱断面積 $P_g(\omega)$ は単位球面上で散乱微分断面積を積分することにより求まる。

4. 散乱減衰

主クラックと副クラックを局所的な1つのグループとし、各々のクラックグループは多重散乱を無視し得る程度に疎に分布しているとき (図-1 参照)、分布クラック全体系の散乱減衰係数 $\alpha(\omega)$ は、単一の散乱体が空間全体に疎に分布した場合の散乱減衰係数⁴⁾の表現を基にして次のように書くことが出来る。

$$\alpha(\omega) = \frac{1}{2} N_g P_g(\omega) \quad (5)$$

ここで、 $P_g(\omega)$ は局所域に存在する主クラックと副クラックからなる1つのグループ内の複数クラックの散乱断面積であり、先の3.2に述べたように、この局所複数クラックの散乱断面積 $P_g(\omega)$ に多重散乱効果が含まれている。また、 N_g は単位体積中に含まれるクラックグループの平均個数を表す。

いま主クラックの半径 a を用いて N_g を無次元化したパラメータ ϵ を次のように定義する。

$$\epsilon = N_g a^3 \quad (6)$$

この無次元化パラメータ ϵ を用いて、式 (5) の散乱減衰係数 $\alpha(\omega)$ を無次元化して書き直すと次のようになる。

$$\alpha(\omega) a = \frac{\pi}{2} \epsilon \frac{P_g(\omega)}{\pi a^2} \quad (7)$$

5. 数値解析結果

図-2に解析モデルを示す。全てのモデルにおいてクラック面に鉛直な方向を波動の伝播方向としている。モデル A は比較のための基本モデルであり、半径 a の主クラックのみ存在する。モデル B は主クラックの $1/2$ の半径を持つ副クラックを、水平方向に $a/2$ の間隔をとって1つ配置している。モデル C は主クラックの両側に主クラックの $1/5$ の半径を持つクラックを、水平方向に $a/10$ の間隔をとって2つ配置している。これらのモデルについて散乱断面積の周波数特性を求め、さらに式 (7) により散乱減衰係数の周波数特性に置き直した解析結果を図-3に示す。散乱減衰係数 α 及び縦波波数 k_L は、主クラックの半径 a 及びクラックの分布密度の指標 ϵ により無次元化されている。

ここで計算した低周波数域においては、主クラックの半径に比べて副クラックの半径が $1/2$ 程度の場合、副クラックの存在がクラック全体系の散乱減衰に与える影響が若干見られるがその傾向を変える程では無い。また主クラックの半径に比べて副クラックの半径が $1/5$ 程度になれば、副クラックは散乱減衰に対してほとんど影響を与えていないといえる。いずれの結果にせよ主クラックが散乱減衰量を支配していることがわかる。

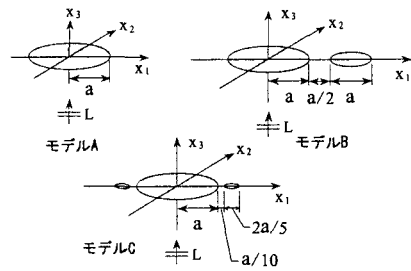


図-2 解析モデル

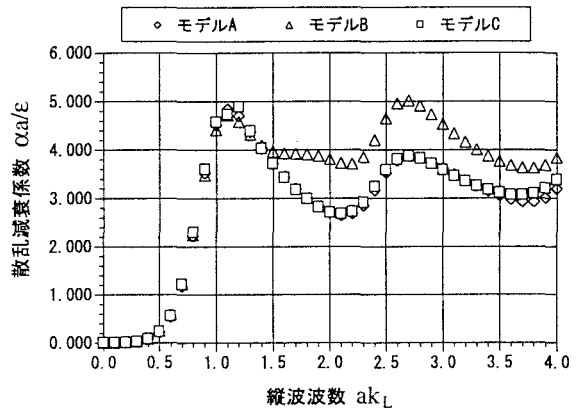


図-3 散乱減衰係数の周波数特性

+

6. 結論

主クラックの半径に比べて副クラックの半径が小さい場合、主クラックと副クラック間の局所的な多重散乱の影響を考慮してもこの局所的な多重散乱が大域的なクラック全体系の散乱減衰に及ぼす効果は低周波領域においては小さいと言える。ここでは高周波数域の解析は行っており、高周波数域においてはさらに検討を要する。

参考文献

- 1) Sayers, C.M. and Smith, R.L.: Ultrasonic velocity and attenuation in an epoxy matrix containing lead inclusions, J. Phys. D: Appl. Phys., Vol.16, pp.1189-1194, 1983.
- 2) Nair, S.M., Hsu, D.K. and Rose, J.H.: Porosity estimation using the frequency dependence of the ultrasonic attenuation, J. Nondestruct. Eval., Vol.8, pp.13-26, 1989.
- 3) Angel, Y.C., Bolshakov, A.: In-plane waves in an elastic solid containing a cracked alab region, Wave Motion, Vol.31, pp.297-315, 2000.
- 4) Beltzer, A.I.: Acoustics of Solids, Springer-Verlag, 1988.
- 5) 北原道弘, 岸典之: クラックによる散乱波動エネルギーの解析, 応用力学論文集, Vol.2, pp.111-118, 1999.