

## 接触型トランステューサーを用いた空洞形状の再構成

○東北大学 学生員 大西正浩  
東北大学大学院 正員 山田真幸  
東北大学大学院 正員 北原道弘

## 1. はじめに

材料内部に存在する欠陥の形状を再構成する方法の一つとして線形化逆散乱解析法が挙げられる。逆散乱法の超音波計測への適用性について検討するために、水浸法<sup>1)</sup>が利用されている。ここでは、より現実に近づけるために接触法により欠陥形状の再構成を試みた結果について報告する。

## 2. 線形化逆散乱解析法

図-1に示すように均質等方な2次元無限弾性体D内に空洞 $D^c$ が存在している場合を考える。境界 $S^M$ 上に設置されたトランステューサーによって入射波 $u^0$ を送信し、空洞欠陥 $D^c$ によって散乱された散乱波 $u^{sc}$ を同じ位置のトランステューサーで受信するパルスエコー法を採用し、この散乱波から空洞欠陥の形状を推定する。

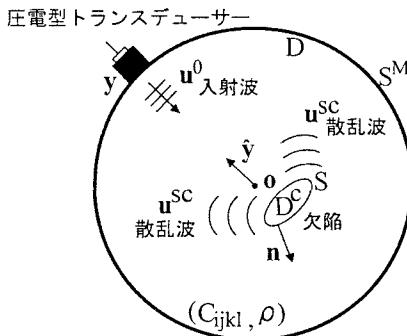


図-1 超音波の送受信

## 2.1 縦波散乱振幅の積分表現

散乱波の積分表現は、散乱波が弾性体内の等価物体力からの寄与であるとする等価散乱源 $q_i$ と基本解 $G_{im}$ を用いて次のように書くことができる。

$$u_m^{sc}(y) = \int_D q_i(x) G_{im}(x, y) dV(x) \quad (1)$$

上式に弾性体の二次元基本解 $G_{im}$ の遠方表現を導入すると、次のように表すことができる。

$$u_m^{sc,far}(y) \approx D(k_L |y|) A_m(\hat{y}) + D(k_T |y|) B_m(\hat{y}) \quad (2)$$

ここで、 $k_L$ は縦波の波数、 $k_T$ は横波の波数、 $\hat{y}$ は超音波の送受信の方向を表す単位ベクトル、 $D(k_\alpha |y|)$ は円筒波の遠方表現を表している。また、 $A_m(\hat{y})$ は縦波散乱振幅と呼ばれる次のように表される。

$$A_m(\hat{y}) = \frac{i}{4\mu} \kappa^2 \hat{y}_i \hat{y}_m \int_D q_i(x) e^{-ik_L \hat{y} \cdot x} dV(x) \quad (3)$$

ここで、 $\kappa = k_L/k_T$ である。等価散乱源 $q_i(x)$ は領域型と境界型の2通りの形式で表すことができる。欠陥

領域内でのみ値を持つ特性関数 $\Gamma(x)$ を用いた等価散乱源の表現は次のようになる。

$$q_i(x) = \Gamma(x) \{ \delta \rho \omega^2 u_i(x) - \delta C_{ijkl} u_{k,l}(x) \partial / \partial x_j \} \quad (4)$$

上式を式(3)に代入すれば、

$$A_m(\hat{y}) = \frac{i}{4\mu} \kappa^2 \hat{y}_i \hat{y}_m \int_D \{ \Gamma(x) \{ \delta \rho \omega^2 u_i(x) - \delta C_{ijkl} u_{k,l}(x) \partial / \partial x_j \} e^{-ik_L \hat{y} \cdot x} \} dV(x) \quad (5)$$

となる。また、欠陥境界上で値を持つ特異関数 $\gamma(x)$ を用いた等価散乱源の表現は次のようになる。

$$q_i(x) = \Gamma(x) \{ \delta \rho \omega^2 u_i(x) - \delta C_{ijkl} u_{k,l}(x) \partial / \partial x_j \} \quad (6)$$

上式を式(3)に代入すれば、

$$A_m(\hat{y}) = \frac{i}{4\mu} \kappa^2 \hat{y}_i \hat{y}_m \int_D -\gamma(x) \{ C_{ijkl} u_{k,l}(x) n_j(x) - C_{ijkl} u_k(x) n_l(x) \partial / \partial x_j \} e^{-ik_L \hat{y} \cdot x} dV(x) \quad (7)$$

となる。

## 2.2 ポルン逆散乱法

入射波は、近似的に平面縦波であると仮定する。ポルン近似により、式(5)に含まれる欠陥内部の変位を入射波の変位であるとすれば、計測点 $y$ における縦波散乱振幅は次式のようになる。

$$A_m(k_L, \hat{y}) = i \frac{u^0 \hat{y}_m k_L^2}{2} \int_D \Gamma(x) e^{-2ik_L \hat{y} \cdot x} dV \quad (8)$$

ここで、 $u^0$ は入射波の振幅である。上式右辺の積分において $K = 2k_L \hat{y}$ とすれば、特性関数 $\Gamma$ の $K$ -空間におけるフーリエ変換であることがわかるので、これを逆フーリエ変換することにより特性関数 $\Gamma(x)$ は次のように表すことができる。

$$\Gamma(x) = -i \frac{2}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{1}{u^0 k_L^2} \hat{y}_m A_m(k_L, \hat{y}) \times e^{2ik_L \hat{y} \cdot x} k_L dk_L d\hat{y} \quad (9)$$

## 2.3 キルヒホフ逆散乱法

キルヒホフ近似により、式(7)に含まれる欠陥境界上の変位を入射波と反射波の和で表すとすると、計測点 $y$ における縦波散乱振幅は次式のようになる。

$$A_m(k_L, \hat{y}) = -\frac{u^0 \hat{y}_m k_L}{2} \int_D \gamma_H(x) e^{-2ik_L \hat{y} \cdot x} dV \quad (10)$$

ここで、 $\gamma_H(x)$ は入射波が直接到達する境界部分のみで値をとる関数である。特異関数 $\gamma_H(x)$ も同様に $K$ -空間の逆フーリエ変換により次のように表すことができる。

$$\gamma_H(x) = -\frac{2}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{1}{u^0 k_L} \hat{y}_m A_m(k_L, \hat{y}) \times e^{2ik_L \hat{y} \cdot x} k_L dk_L d\hat{y} \quad (11)$$

式(9)と式(11)に計測波形から求めた縦波散乱振幅 $\hat{y}_m A_m(k_L, \hat{y})$ を用いることによって、欠陥形状を表す関数 $\Gamma(x)$ と $\gamma_H(x)$ を求める。

### 3. 超音波モデル実験

#### 3.1 計測装置、方法

図-2に示すような計測装置を用いて超音波パルスエコー実験を行った。パルサーレシーバーから発せられたパルス状の電気信号は探触子を駆動して、超音波を発振する。この超音波は固体内を伝播し、内部欠陥によって散乱される。この散乱波は再び同じ探触子で受振され、電気信号に変換される。その後、ダイブレクサーによって分波された信号はパルサーレシーバーによって増幅されて、デジタルオシロスコープで時間域波形として記録される。さらに、LANを介して波形データをパソコンへ送信し波形処理を行う。

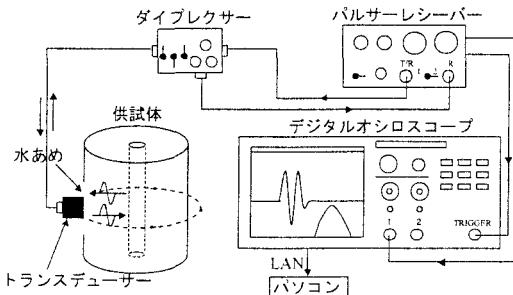


図-2 計測装置

計測において、トランシューサーと供試体との接觸媒質として水あめを用い、 $10^\circ$ 間隔で一定面内を一回転させて受信波形を記録した。

#### 3.2 供試体

供試体は図-3に示すように円柱セメントペーストの中心に、円形、ノッチ型の空洞をあけたものを用いた。

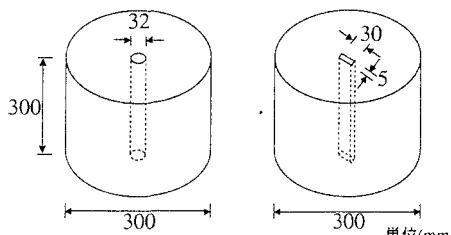


図-3 供試体

#### 3.3 波形データ処理

受信波から式(9)あるいは式(11)を用いて欠陥形状を再構成するためには、入出力、接觸媒質、探触子の影響を取り除き、固体内における散乱波のみを取り出さなければならない。計測系の線形性を仮定すると、図-4の左図に示した受信散乱波形  $O^{sc}(f)$  は周波数域において次のように表現できる。

$$O^{sc}(f) = I(f)T(f)C_1(f)E^{sc}(f)C_2(f)R(f) \quad (12)$$

ここで、 $I$  は入力電圧、 $T$  は(送信)探触子、 $C_1$  と  $C_2$  は接觸媒質、 $E^{sc}$  は固体内の空洞からの散乱、 $R$  は(受信)探触子の周波数域における伝達特性を表している。

いま、図-4の右図に示したように同じ材質、外半径の円柱供試体を用いて、参照波形  $O^{ref}(f)$  を計測する。この参照波形  $O^{ref}(f)$  は周波数域において以下のように表現できる。

$$O^{ref}(f) = I(f)T(f)C_1(f)E^{ref}C_2(f)R(f) \quad (13)$$

ここで  $E^{ref}$  は固体内の平面境界を持つ空洞に平面弾性波が入射した場合の反射係数に相当し、周波数に無関係な定数として決めることができる。

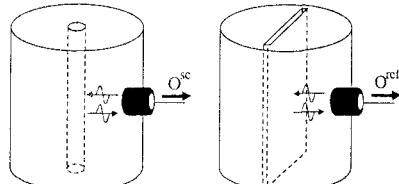


図-4 散乱波形  $O^{sc}(f)$  と参考波形  $O^{ref}(f)$

式(12)を式(13)で除すと、次のようになる。

$$E^{sc}(f) = E^{ref} \frac{O^{sc}(f)}{O^{ref}(f)} \quad (14)$$

$E^{sc}(f)$  は弾性体中の空洞に縦波が入射されたときの散乱振幅に相当し、形状再構成式(9)または式(11)中の  $\hat{y}_m A_m(k_L, \hat{y})$  として用いることができる。

#### 4. 再構成結果

計測波形を用いた再構成結果を以下に示す。図-5に円形空洞、図-6にノッチ型空洞の再構成結果を示した。左図がボルン逆散乱結果、右図がキルヒホフ逆散乱結果である。どちらの空洞欠陥についても、形状が再構成できていることがわかる。

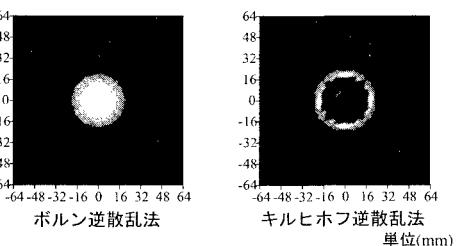


図-5 円形空洞の再構成結果

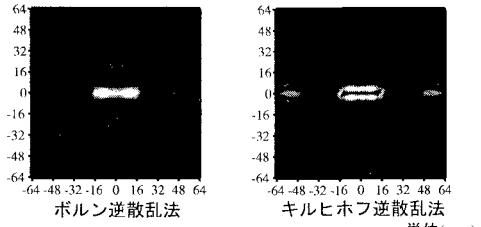


図-6 ノッチ型空洞の再構成結果

#### 参考文献

- 中畑和之、北原道弘、計測波形による欠陥形状の再生と使用周波数帯域に関する考察、応用力学論文集、Vol.3, pp.91-98, 2000年8月。