

東北学院大学大学院 工学研究科 学生員 ○桜井晋弥
 宮城県 迫土木事務所 建設班 正会員 佐々真也
 東北学院大学 工学部 正会員 遠藤孝夫

1. はじめに

土木構造物の動特性を実験・観測等により同定し、構造物の応答挙動を的確に予測し設計条件を確からしいものにすることや、既存構造物の損傷度評価を目的とした研究等、いわゆる逆解析に拡張カルマンフィルタを用いた種々の研究が行われている。

そこで、本研究では、拡張カルマンフィルタを用いた逆解析の有効性を検討することを目的とし、拡張カルマンフィルタを用いて、バイリニア型の復元力を有するRC部材を1自由度系のモデルとして動特性の同定を試み、精度や収束性を数値的に検討した。なお、本研究では観測データとして数値シミュレーションにより求めた模擬観測データを用いた。

2. 状態方程式

図-1に示すバイリニア型の復元力特性を有する1自由度系の運動方程式は次式によって示すことができる。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + F(x) = -m\ddot{x}_0 \quad (1)$$

ここで、 $F = k g(x)$: 復元力

図-1に示す記号を用いると $g(x)$ は次のように示される。

$$FC : g(x) = x \quad (-X_e \leq x \leq X_e)$$

$$BD : g(x) = \alpha x + (1 - \alpha) X_e \quad (\dot{x} > 0)$$

$$ED : g(x) = x + (1 - \alpha)(X_e - X) \quad (X - 2X_e \leq x \leq X)$$

$$AE : g(x) = \alpha x - (1 - \alpha) X_e \quad (\dot{x} < 0)$$

$$AB : g(x) = x - (1 - \alpha)(X_e + X') \quad (X' \leq x \leq X' + 2X_e)$$

α : 弾塑性傾斜率, X_e : 降伏変位

次に、 $\frac{c}{m} = 2h_0\omega_0$, $\frac{k}{m} = \omega_0^2$ と置けば式(1)は、次式にて示される。

$$\ddot{x} + 2h_0\omega_0\dot{x} + \omega_0^2 g(x) = -\ddot{x}_0 \quad (2)$$

ここで、 ω_0 : 初期の固有円振動数

h_0 : 初期の減衰定数

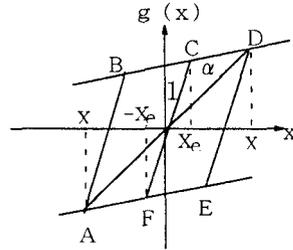


図-1 バイリニア型の履歴曲線

さて、式(2)を1階のベクトル微分方程式に置き換えるため、

$$u = \ddot{x}, \quad x_1 = x, \quad x_2 = \dot{x}$$

と状態空間表示し、また、同定するパラメータを

$$x_3 = h_0, \quad x_4 = \omega_0, \quad x_5 = X_e, \quad x_6 = \alpha$$

と状態空間表示し、復元力特性を決定するパラメータが時間によって変化しないものと考えると状態方程式として次式が得られる。

$$\frac{dX}{dt} = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ -2x_3x_4x_2 - x_4^2 g(x_1, x_5, x_6) - u \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

また、上式に対する変換行列 Φ は

$$\Phi \approx 1 + \Delta \cdot G \quad (4)$$

ただし、 $G = \frac{\partial f_i(x_i, t)}{\partial x_j}$, Δ : 時間刻み

で求めることができるので、次のようになる。

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & \Delta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} & \phi_{24} & \phi_{25} & \phi_{26} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

ただし、 $\phi_{21} = -\Delta x_4^2 \cdot \frac{\partial g}{\partial x_1}$, $\phi_{22} = 1 - 2\Delta x_3 x_4$

$$\phi_{23} = -2\Delta x_4 x_2, \quad \phi_{24} = -2\Delta x_3 x_2 - 2\Delta x_4 \cdot g$$

$$\phi_{25} = -\Delta x_4^2 \cdot \frac{\partial g}{\partial x_5}, \quad \phi_{26} = -\Delta x_4^2 \cdot \frac{\partial g}{\partial x_6}$$

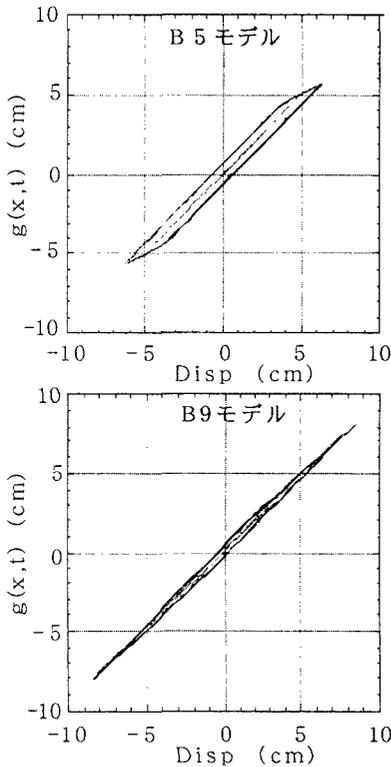


図-2 B5,B9モデルの履歴曲線

3. 観測方程式

変位を観測量とすると、式(2)より

$$y_k = h(x_{ik}, t_k) = x_{1k} \quad (6)$$

y_k : t_k 時間での応答変位データ

と書け、式(6)に対する変換行列 M は次式にて示される。

$$M = \frac{\partial h(x_{ik}, t_k)}{\partial x_j} = \left(\frac{\partial h}{\partial x_1} \frac{\partial h}{\partial x_2} \frac{\partial h}{\partial x_3} \frac{\partial h}{\partial x_4} \frac{\partial h}{\partial x_5} \frac{\partial h}{\partial x_6} \right)$$

$$= (1, 0, 0, 0, 0, 0)$$

4. 解析条件

模擬観測データに基づく推定を行う。模擬観測データは次の条件によって作成した。

- (1) 入力 of 模擬観測データは、最大加速度 100 cm/sec²、継続時間 15 sec、円振動数 7.07 rad/sec の正弦波である。
- (2) バイリニアモデルのパラメータは、 $\omega_0 = 7.07$ rad/s、 $h_0 = 0.1$ 、 $X_e = 5.0$ cm で弾塑性傾斜率 α は、0.9、0.75、0.5 の3ケース (以下モデル名として、B9、B7.5、B5 の記号で表示) とする。
- (3) 粘性減衰係数は既知とし、出力の模擬観測データは応答変位のみとした。

図-2にB5,B9モデルの履歴曲線を示す。

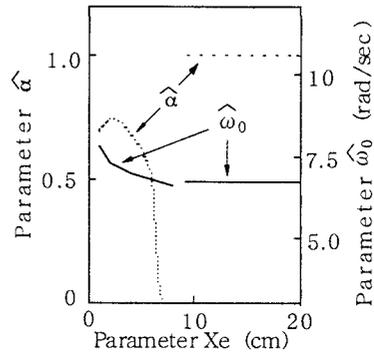


図-3 Xeの初期値の設定

表-1 推定結果

models	ω_0	X_e	α		
B9	7.00	5.2	0.90	—	—
B7.5	7.00	4.9	—	0.77	—
B5	6.95	5.2	—	—	0.46
E.V.	7.07	5.0	0.90	0.77	0.50

E.V. = Exact Values

表-2 初期条件

x_1	0.0	p_{11}	0.001
x_2	0.0	p_{22}	0.001
x_3	0.1	p_{33}	0.0
x_4	10.0	p_{44}	10^4
x_5	? \rightarrow 4.0	p_{55}	? \rightarrow 10^4
x_6	1.0	p_{66}	10^4

$W = 20, R = 10^{-8}$
 $p_{ij} = 0.0 (i \neq j)$

5. 解析結果および考察

逆解析には、星谷ら¹⁾が開発したEK-WGI法を用いた。図-3はB5のモデルに対して $X_e \sim \hat{\alpha}$ 、 $X_e \sim \hat{\omega}_0$ 関係を示したものである。降伏変位が9cm付近より大きい範囲の $\hat{\alpha}$ 、 $\hat{\omega}_0$ は一定値となる。しかしながら、9cm付近より小さい範囲では急激に $\hat{\alpha}$ 、 $\hat{\omega}_0$ の値が変動することがわかる。ここでは、この挙動より降伏変位の初期値は、 $\hat{\alpha}$ 、 $\hat{\omega}_0$ が正であり、また、これからの値が急激に変動する範囲の $X_e = 4$ cm を初期値に設定している。表-1、表-2に示した初期条件を用いて各モデルに対して推定した結果である。各モデルとも5回程程度のグローバルな繰り返しで安定した推定結果が得られ、その推定値は正解値とほぼよい対応を示された。

参考文献

- 1) 星谷勝、齊藤悦郎：データ解析と応用、鹿島出版会、1991.7
- 2) 佐々真也：拡張カルマンフィルタを用いたRC部材の動特性の同定、東北学院大学修士論文、2000.3