

III - 6

多重すべりモデルに基づく増分非線形性挙動の表現

東北学院大学工学部 学生会員 ○菅原 英高
東北学院大学工学研究科 学生会員 加茂 謙一
東北学院大学工学部 正会員 飛田 善雄

1. はじめに

地盤材料の構成モデルは、数理塑性理論に基づく定式化を中心に発展してきた。古典的数理塑性理論では、数学的な簡潔性が保たれている。この定式化では、弾性・弾塑性コンプライアンス $C_{\mu\mu}^e$, $C_{\mu\mu}^p$ 共にひずみ速度と応力速度の関係は線形性を示している。ところが、近年の実験技術の進歩により、古典的な弾塑性モデルでは表現できない変形特性が明らかになってきた。これらの特性は、分岐解析などの特殊な問題ばかりでなく、地盤工学における比較的身近な問題においても重要であることが認識されるようになってきた。

本研究では、砂の変形挙動における増分非線形性に特に注目して、多重すべりモデルに基づいてその挙動を表現することを目的とした。

2. 増分非線形性の定義とその重要性

古典的弾塑性モデルは、単調な応力経路での地盤材料の変形挙動はかなりの精度で表現する。有限要素法を用いた地盤の応力・変形解析に利用され、工学的にも有用な情報を与えるようになってきている。増分非線形性とは、弾塑性コンプライアンステンソルが、応力や塑性ひずみ、すべり面の法線ベクトル n_i 、接線ベクトル s_i などの状態量だけでなく、応力増分方向にも依存する性質を示している。実際の地盤で生じる応力経路は、単調・繰り返しの間わず、主応力軸の回転を含むものであるから、より詳細な解析が必要とされる場合には、増分非線形性を考慮した構成式が必要となる。

3. 多重すべりモデルの定式化

多重すべりモデルに基づき、各すべり面の独立性を考えた定式化を行う。その概要を示す。

ひずみ速度と応力速度の関係は次式になる。

$$\dot{\epsilon}_y = \left[C_{\mu\mu}^e + \sum_{\alpha=1}^N \frac{1}{h^{(\alpha)}} P_y^{(\alpha)} Q_y^{(\alpha)} \right] \dot{\sigma}_\mu \quad (1)$$

ここに、 $C_{\mu\mu}^e = -(\nu/E)\delta_y\delta_\mu + ((1+\nu)/E)\delta_\mu\delta_\mu$, $h^{(\alpha)} = \sigma^{(\alpha)} \partial \eta^{(\alpha)} / \partial \gamma^{(\alpha)}$ である。 δ_y は Kronecker のデルタであり、 ν は Poisson 比、 E は Young 係数である。 $P_y^{(\alpha)}$ および $Q_y^{(\alpha)}$ は、すべり面上に作用する応力の方向により、次式で表される。

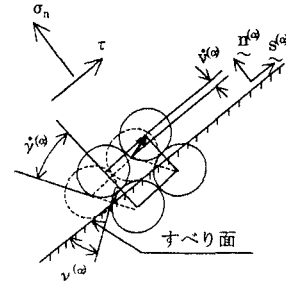


図.1 すべりモデル

1) $\tau \geq 0$ かつ $\sigma_\mu \geq 0$ の場合

$$P_y^{(\alpha)} = \frac{1}{2} (n_i^{(\alpha)} s_j^{(\alpha)} + s_i^{(\alpha)} n_j^{(\alpha)} - 2 \tan \nu^{(\alpha)} n_i^{(\alpha)} n_j^{(\alpha)}) \quad (2)$$

$$Q_y^{(\alpha)} = n_i^{(\alpha)} s_j^{(\alpha)} - \eta^{(\alpha)} n_i^{(\alpha)} n_j^{(\alpha)} \quad (3)$$

2) $\tau < 0$ かつ $\sigma_\mu \geq 0$ の場合

$$P_y^{(\alpha)} = \frac{1}{2} (-n_i^{(\alpha)} s_j^{(\alpha)} - s_i^{(\alpha)} n_j^{(\alpha)} - 2 \tan \nu^{(\alpha)} n_i^{(\alpha)} n_j^{(\alpha)}) \quad (4)$$

$$Q_y^{(\alpha)} = -n_i^{(\alpha)} s_j^{(\alpha)} - \eta^{(\alpha)} n_i^{(\alpha)} n_j^{(\alpha)} \quad (5)$$

3) $\tau \geq 0$ かつ $\sigma_\mu < 0$ の場合

$$P_y^{(\alpha)} = \frac{1}{2} (n_i^{(\alpha)} s_j^{(\alpha)} + s_i^{(\alpha)} n_j^{(\alpha)} + 2 \tan \nu^{(\alpha)} n_i^{(\alpha)} n_j^{(\alpha)}) \quad (6)$$

$$Q_y^{(\alpha)} = n_i^{(\alpha)} s_j^{(\alpha)} + \eta^{(\alpha)} n_i^{(\alpha)} n_j^{(\alpha)} \quad (7)$$

4) $\tau < 0$ かつ $\sigma_\mu < 0$ の場合

$$P_y^{(\alpha)} = \frac{1}{2} (-n_i^{(\alpha)} s_j^{(\alpha)} - s_i^{(\alpha)} n_j^{(\alpha)} + 2 \tan \nu^{(\alpha)} n_i^{(\alpha)} n_j^{(\alpha)}) \quad (8)$$

$$Q_y^{(\alpha)} = -n_i^{(\alpha)} s_j^{(\alpha)} + \eta^{(\alpha)} n_i^{(\alpha)} n_j^{(\alpha)} \quad (9)$$

ダイレイタンシー角度は粒子間固有摩擦角： ϕ_μ を用いて、次式により与えられる。

$$\nu^{(\alpha)} = \phi^{(\alpha)} - \phi_\mu \quad (10)$$

また、各すべり面でのひずみ硬化特性は、双曲線関係を仮定し、各すべり面に対し、共通に次式で与える。

$$\eta^{(\alpha)} = f(\gamma^{(\alpha)}) = \frac{\gamma^{(\alpha)}}{a + b\gamma^{(\alpha)}} \quad (11)$$

各すべり面の負荷基準は、すべり面 α の活動を支配する負荷関数 $f^{(\alpha)}$ を考えて、次のように与える。

$$f^{(\alpha)} = 0, \quad Q_y^{(\alpha)} \dot{\sigma}_y > 0 \quad (12)$$

負荷関数として、もつとも単純な摩擦則を採用する。

$$f^{(a)} = \tau^{(a)} - \eta^{(a)} \sigma^{(a)} = 0 \quad \text{--- (13)}$$

ここに、 $\tau^{(a)} = \|\tau\|$ 、 $\sigma^{(a)} = \|\sigma\|$ 、 $\eta^{(a)} = \tan \phi^{(a)}$ である。

4. 解析結果

本研究の解析では、弾性変形の大きさは無視している。解析には *Mathematica Ver.3.0* を用いた。

1) 主応力軸が固定された場合の挙動

応力比－ダイレイタンスー関係は、式 (12) が満足されないとき、塑性ひずみは発生しないものとした。応力比の増加に伴い、まず体積の圧縮が起こり、その後膨張している様子が表現されている。

繰り返し載荷時のヒステリシス曲線は、次式のように *Masing* 規則を用いた。

$$\text{載荷時: } \frac{\eta^{(a)} - \eta_r^{(a)}}{2} = f \left(\frac{\gamma^{(a)} - \gamma_r^{(a)}}{2} \right) \quad \text{--- (14)}$$

$$\text{除荷時: } -\frac{\eta^{(a)} - \eta_r^{(a)}}{2} = f \left(-\frac{\gamma^{(a)} - \gamma_r^{(a)}}{2} \right) \quad \text{--- (15)}$$

ここに、 $\eta_r^{(a)}$ 、 $\gamma_r^{(a)}$ および $\eta_r^{(a)}$ 、 $\gamma_r^{(a)}$ はそれぞれ現時点での最小および最大の応力比・せん断ひずみを表す。骨格曲線は式 (11) を用いた。計算誤差により多少のずれが見られるものの、応力比の増減に伴い、せん断ひずみがループを描く様子が表現されている。

2) 主応力軸回転時の挙動

式 (12) が満足されないとき、塑性ひずみは発生しないものとした。主応力 $\sigma_1 = 450 \text{ (kPa)}$ 、 $\sigma_3 = 150 \text{ (kPa)}$ と一定値に保ち、主応力軸方向のみ回転させた。せん断ひずみおよび体積ひずみは、主応力軸の回転角度により整理した。いずれも主応力軸の回転に伴い、単調に累積する様子が表現されている。ひずみ増分ベクトルは、 15° ごとに表した。ひずみ増分ベクトルが、応力ベクトルから応力増分ベクトルの方向にずれる様子が表現されている。

5. 結論

多重すべりモデルに対する以上の解析結果より、次の結論を得た。

- 1) 単調載荷時の変形初期における負のダイレイタンスー、変相線を越えた後のダイレイタンスー挙動が表現できた。
- 2) 繰り返し載荷時のヒステリシスループが表現できた。
- 3) 主応力軸回転時のせん断ひずみおよび体積ひずみが単調に累積する挙動が表現できた。
- 4) 主応力軸回転時の増分非線形性挙動が表現できた。

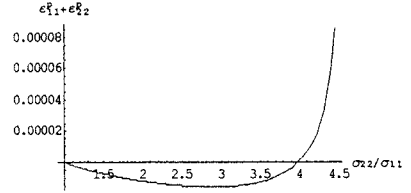


図. 2 応力比－ダイレイタンスー関係

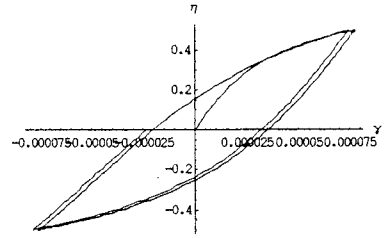


図. 3 ヒステリシスループ

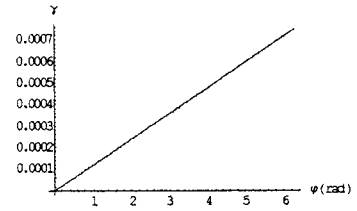


図. 4 主応力軸回転時のせん断ひずみ

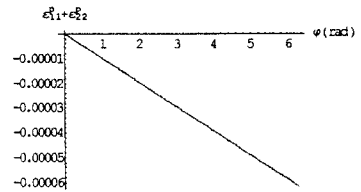


図. 5 主応力軸回転時の体積ひずみ

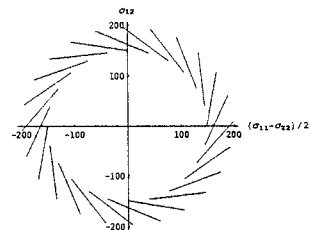


図. 6 ひずみ増分ベクトル