

Ⅲ－１ 砂地盤の支持力問題における弾塑性有限要素解析

東北大学 学生員 鈴木 慎一
 長岡技術大学 正会員 山川 優樹
 東北大学 学生会員 生出 佳

1. 研究背景・目的

砂地盤上の浅い基礎の支持力問題においては、剛塑性理論に基づいた「すべり線理論」や「上下界定理」などの極限解析が実務面で用いられている。しかし実際には終局状態に至るまでに材料の軟化や局所化した変形が発達し、せん断帯を形成しながら終局状態に至るとされている。また、砂地盤の終局状態においてはすべり面が形成され、すべり面付近の地盤がほぼ一斉にすべり破壊する現象が知られている。したがって、大変形および変形局所化などを表現しうる数値的な研究が重要視されており、終局状態における破壊のメカニズムの解明が急務であるといえる。そこで本研究では、Drucker-Prager の降伏基準に従う等方圧依存型モデルを用いた弾塑性有限要素解析¹⁾により、平面ひずみ状態における砂地盤の変形形態についての基礎的調査を行った。

2. 解析モデルおよび解析方法

解析の対象は図-1に示す範囲で押し込み板幅を B とし、 $W = 12.5B$ 、 $H = 5B$ の閉じた領域とする。平面ひずみ状態を仮定し、境界条件は底辺を固定、左右境界は鉛直方向に自由、水平方向に固定し、押し込み板部分には一様な荷重 f を与える。選択低減積分を施した四辺形要素を用いて、 x 方向に 50 分割、 y 方向に 20 分割し、ひずみが大きくなると予想される図の中央の領域については十分細かいメッシュを用いる。また、押し込み板端部の応力集中による大きな塑性変形を防ぐため、細分割された領域の最上辺の要素は塑性変形しないようにする。

降伏関数には Drucker-Prager の降伏基準

$$\phi(\tau, q) = \frac{1}{\sqrt{2}} [||\text{dev}[\tau]|| + g(\bar{\tau})] - [\hat{\tau}_{y0} - q(\xi)] \quad \dots\dots\dots (1)$$

を用いる。ここに τ は Kirchhoff 応力、 $\bar{\tau} = \frac{1}{3}\text{tr}[\tau]$ は τ の等方成分、 $\text{dev}[\tau] = \tau - \bar{\tau}1$ は τ の偏差成分であり、 $||\text{dev}[\tau]|| = \sqrt{\text{dev}[\tau]\text{dev}[\tau]}$ は偏差応力のノルム、 $\hat{\tau}_{y0}$ は初期降伏応力である。また $g(\bar{\tau})$ は塑性に対する等方圧の影響を表す関数であり、Drucker-Prager 降伏面による円錐の頂角に相当する定数 β_ϕ を用いて $g(\bar{\tau}) = \beta_\phi \bar{\tau}$ と表わされる。

式 (1) 中の硬化関数 $q(\xi)$ には、

$$q(\xi) = - \left[\hat{\tau}_{y0} \left(1 + \frac{\xi}{\hat{\varepsilon}_{y0}} \right)^n - \hat{\tau}_{y0} \right] \quad \dots\dots\dots (2)$$

なる n 乗硬化則で表わされるひずみ硬化型モデルを用いる。ここに、 ξ はひずみ、 $\hat{\varepsilon}_{y0}$ は初期降伏ひずみである。

本解析で用いる砂地盤の弾性特性としては、弾性ポテンシャル関数

$$\mathcal{W}(\mathbf{b}^e) = \frac{1}{2} \lambda (\varepsilon_1^e + \varepsilon_2^e + \varepsilon_3^e)^2 + \mu [(\varepsilon_1^e)^2 + (\varepsilon_2^e)^2 + (\varepsilon_3^e)^2] \quad \dots\dots\dots (3)$$

を用い、Lame 定数を $\lambda = 11.54\text{MPa}$ 、 $\mu = 7.69\text{MPa}$ と仮定する。なお、式 (3) 中における $\mathbf{b}^e$ は弾性の左 Cauchy-Green 変形テンソル、 $\varepsilon_A^e = \log \lambda_A^e$ ($A = 1, 2, 3$) は弾性対数ひずみ、 λ_A^e は $\mathbf{b}^e$ の固有値の平方根として求められる弾性の主ストレッチである。硬化関数におけるパラメーターには $\hat{\tau}_{y0} = 0.10\text{MPa}$ 、 $\hat{\varepsilon}_{y0} = 0.005$ 、 $n = 0.03$ を用いる。

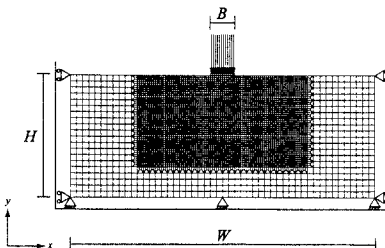


図-1 解析モデル

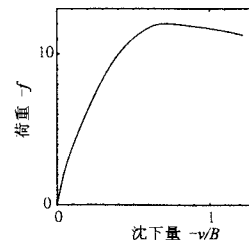


図-2 荷重沈下量関係

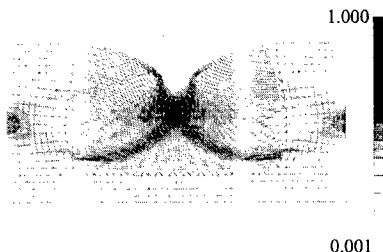


図-3 $\log \varepsilon_s$ 分布図

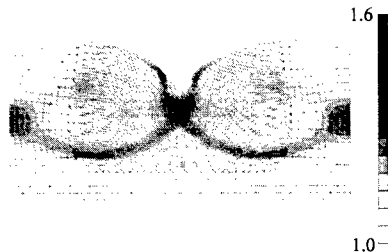


図-4 ε_v 分布図

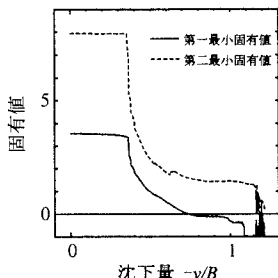


図-5 変位固有値関係

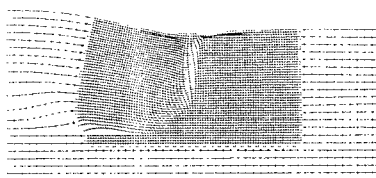


図-6 固有モード

3. 弾塑性有限要素解析の結果と考察

図-2は荷重変位関係である。図-2中の f と v は押し込み板上辺の中心の節点における y 方向の荷重と変位である。沈下量として、 v を基礎幅 B で除して無次元化したものを用いた。 $-v/B = 0.71$ で荷重の極大点となり、それ以降は、要素ごとにはひずみ硬化型モデルを用いて軟化の可能性を排除したにもかかわらず、構造全体で荷重不安定（軟化）挙動を示している。

図-3は $-v/B = 1.02$ における変形およびせん断ひずみ ε_s の対数分布を示し、図-4は変形および体積ひずみ ε_v の分布を示す。なお、せん断ひずみ ε_s 、体積ひずみ ε_v は以下の式で定義される。

$$\varepsilon_s = \sqrt{\frac{2}{3}} \|\text{dev} \boldsymbol{\varepsilon}\|, \quad \varepsilon_v = \text{tr}[\boldsymbol{\varepsilon}] \quad \dots \dots \dots (4)$$

この図から、バンド状にせん断ひずみの局所化した領域が発達していることがわかる。また、図-4に示すように体積ひずみの局所化もせん断ひずみ集中領域に一致して生じており、せん断帯付近で密度が低下するという実験事実と一致するものである。

図-5は、沈下量に対応する接線剛性マトリクス $\mathbf{K}$ の、第1最小固有値、第2最小固有値を示したもので、固有値がゼロになる点は荷重極大点あるいは分岐点である。第1最小固有値は荷重極大点である $-v/B = 0.71$ でゼロになるが、第2最小固有値はその後減少を続け振動し、ゼロにはならない。図-6は $-v/B = 1.16$ で第2最小固有値が0.1以下になったときの固有モードを示したもので、非対称なモードを示しており、このモードが分岐モードとしてすべり変形の原因となる可能性を示唆している。しかし、本来分岐モードとしてはゼロ固有値に対応するクリティカルな固有モードをとる必要があり、材料としての破壊との関連から議論されるべきであろう。

4. 結論

本研究では、Drucker-Prager の降伏基準に従う等方圧依存型モデルを用いて砂地盤の支持力問題を解析し、せん断変形の局所化する挙動を表現できた。しかし、本研究における解析条件や仮定では実際の砂地盤の挙動を模擬したものとは言いがたく、押し込み板の沈下量は実現象における沈下量レベルを大きく越えている。今後は材料モデルやそのパラメータの改善により現実的な変形を追跡する必要がある。また、せん断帯においてはひずみ・変位の不連続面の形成が予想され、数値計算法自身の改良が必要であろう。

参考文献

- 1) 山川 優樹, 寺田 賢二郎, 池田 清広, 鳥居 邦夫: 圧縮場における弾塑性体の分岐解析とパスジャンプ挙動, 土木学会論文集, 2000.