

II-71

遷移流に対する数値計算の改良と適用

東北大学大学院 学生員○佐々木 洋之
東北大学大学院 正会員 今村 文彦
東北大学大学院 正会員 小池 信昭

1. はじめに

津波は沖合から沿岸部に達すると、全水位が低下し流速が増大することにより、常流から射流へと遷移する場合もある。沿岸部での津波は、波としての性質よりも流れとしての性質の方が強く複雑な挙動を有し、従来の数値モデルでは再現できないという問題を残している。

本研究は従来の津波数値計算を改良し、図-1 のような実験水槽に対して遷移流が再現できる数値モデルを提案する事により数値計算精度の向上を目指す事を目的としている。

2. 浅水理論式による数値計算

2.1. 移流項の検討

本実験再現計算では、幅方向の分布を考慮しない平面一次元計算では遷移流を再現できるが、平面二次元計算ではなぜか再現できないという問題点が指摘されていた¹⁾。ここで Fr 数が1を越えているのは6計測点のうち S9 地点のみであり（図-2-a 参）、下流端境界に近い S11 地点においては両者共に実験値と良い一致を示している。常流状態においては下流側から決定される水位値が非常に重要になってくるため、遷移流を再現する為には少なくとも射流になっていない S7 地点より下流側、すなわち漸拡部付近における再現計算精度が良くなければならないのが分かる。

漸拡部では実際に跳水が生じており、その挙動は複雑である為、このような条件下においては非線形長波理論を用いなければ流速値を精度良く再現できないことが分かっている。ここで従来使われてきたモデルの非線形項である移流項に着目すると、一次精度の風上差分を用いており、数値粘性によるなまりが影響してしまう可能性は高い。よって、より高精度の計算を行える差分スキームに変更する事により、数値粘性が低く押さえられ、移流項が正確に効いてくる流れを再現できる期待を持てる。これらより本研究では、三次精度の風上差分を用いて計算を再度行う事とした。これに用いるスキームを(1)式に示す。

$$\begin{aligned} AX_{i,j} = & u_{i,j} \frac{-u_{i+2,j} + 8u_{i+1,j} - 8u_{i,j} + u_{i-1,j} + u_{i-2,j}}{12\Delta x} + \alpha \left| u_{i,j} \right| \frac{u_{i+2,j} - 4u_{i+1,j} + 6u_{i,j} - 4u_{i-1,j} + u_{i-2,j}}{12\Delta x} \\ & v_{i,j} \frac{-v_{i,j+2} + 8v_{i,j+1} - 8v_{i,j} + v_{i,j-1} + v_{i,j-2}}{12\Delta y} + \alpha \left| v_{i,j} \right| \frac{v_{i,j+2} - 4v_{i,j+1} + 6v_{i,j} - 4v_{i,j-1} + v_{i,j-2}}{12\Delta y} \\ AY_{i,j} = & U_{i,j} \frac{-v_{i+2,j} + 8v_{i+1,j} - 8v_{i,j} + v_{i-1,j} + v_{i-2,j}}{12\Delta x} + \alpha \left| U_{i,j} \right| \frac{v_{i+2,j} - 4v_{i+1,j} + 6v_{i,j} - 4v_{i-1,j} + v_{i-2,j}}{12\Delta x} \\ & v_{i,j} \frac{-v_{i,j+2} + 8v_{i,j+1} - 8v_{i,j} + v_{i,j-1} + v_{i,j-2}}{12\Delta y} + \alpha \left| v_{i,j} \right| \frac{v_{i,j+2} - 4v_{i,j+1} + 6v_{i,j} - 4v_{i,j-1} + v_{i,j-2}}{12\Delta y} \end{aligned} \quad \cdots(1)式$$

$$V_{i,j} = \frac{v_{i,j} + v_{i,j+1} + v_{i,j-1} + v_{i-1,j} + v_{i+1,j-1}}{4} \cdot U_{i,j} = \frac{u_{i,j} + u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i+1,j-1}}{4} \quad \cdots(2)式$$

ここで(1)式において(2)式のようになり、 α は定数で1.0の時 UTOPIA スキーム、3.0 の時に K-K スキーム（河村スキーム）となる。 $\alpha=1.0$ の形がもともとであるが、人為的に安定性を増加させるために UTOPIA の人工粘性を3倍にしたものが河村スキームである²⁾。本数値計算ではこの河村スキームを基に、次の時間ステップの MN を求める形に変えたものをを用いる事とする。

2.2. 三次精度風上差分を用いた数値計算

三次精度風上差分は(1)式から分かるように、2 格子まわりの流量を用いる為、壁付近及び上流端下流端境界においては、計算領域不足の為用いることが出来ない。よって、そのような場所については従来通りの一次精度の風上差分を用い、三次精度と一次精度の二つの計算領域に分けて移流項の数値計算を行えるようにプログラムを組む。また、今までは $\Delta x=10\text{cm}$, $\Delta y=5\text{cm}$, $\Delta t=0.01\text{s}$ によって数値計算を行っていたが、これだと横断方向に17メッシュにしか分けられず、三次精度の計算が行える領域が狭くってしまう為、より細かい $\Delta x=2.5\text{cm}$, $\Delta y=2.5\text{cm}$, $\Delta t=0.0025\text{s}$ のメッシュサイズによる計算を行い従来のモデルと比較することにした。

ここで限界流が生じるポイントである特異点を通るような流れにおける水面形状を考えると、①水路床勾配、②水路幅、③摩擦の影響、④流量の変化の四つの要素によって決定される。この中の摩擦の影響、すなわちマンニングの粗度係数 n について、本数値計算では津波の数値計算に良く用いる $n=0.025(\text{s}/\text{m}^{1/3})$ を導入していたが、実際の実験においてこのような係数をとっていたかどうかは特定できなく、また流速値が実験値に対して過小評価されていた為、下流での水位の条件を上流側に生かすために水位の減衰は小さいものとし、 $n=0.0(\text{s}/\text{m}^{1/3})$ とした。

これらによる数値計算結果のうち、S6,S7,S9 の三点についての水位を図-2 に示す。また遷移流の検討を行うために、実験値・従来モデル・三次風上モデルについての Fr 数の時系列変化を縮流部における計測点5点について求めた。これを図-2 にそれぞれ示した。これにより、三次風上では狭窄部に位置する S6,S7 地点において水位の低下、流速の増大により遷移流が大きな Fr 数で起きているのが分かる。しかし実験値とは大幅なずれが見られ、現況では一次風上の方が S9 地点における大きな遷移を除けばむしろ実流況に近い再現が出来ている。

三次精度風上差分は(1)式の様な u, v を用いた形で行うのが一般的である。Euler の式を水深積分した浅水理論における差分スキームは、分母に 4 点の全水深を用いるなど複雑な形をしている為、二格子周りの流量を用いる三次風上差分に対してこの形を適用すると、更に式の形が複雑になる。よって、計算の不安定化を招きやすいと言える。

2.3. 境界条件の検討

ここで下流側の境界条件に着目すると、本数値計算は水位と流速を強制入力させている。現況の津波数値計算モデルでは、水位の下流での情報は運動量の式で扱われるが、流速の情報はスタガードメッシュのために連続の式で取り入れられず、この流速の条件が良好に取り入れられていないのが本数値計算の問題点として挙げられる。このような下流での情報が良好に取り入れられない中で、移流項を多メッシュに渡って用いてしまった事が図-2-c のような結果を招いたと考えられる。ここで下流の流速の情報を上流側二反映させる為に図-4 の様な境界条件の変更を行い、再度数値計算を試みた。これによる数値計算結果のうち、S9, S11 地点についての水位時系列変化の様子を図-5 に示す。この図より、S11 地点での水位の過小評価が S9 での水位の低下

につながっており、従来モデルの方が良好な再現が出来ていると言える。

3. おわりに

本実験再現計算は常射流混在流であり、解析は非常に複雑で難しい。常射流混在流に対しては過去に色々な試みで数値計算がなされているが(例えば河村ら(1993))、下流側の境界条件が水位流速強制入力の場合についてはなされていない。よって、本実験の再現を良好に行うには下流側の条件を良好に反映できるモデルが必要とされよう。

参考文献

- 1) 佐々木洋之(1999) : 遷移流における数値計算精度の検討。
東北大学卒業論文, pp.1-66
- 2) 内山雄介(1996) : Compute Navier-Stokes Eqns.,
ホームページ(<http://web.pe.to/~uchiyama/dns/index.html>)
- 3) 河村三郎・中谷剛(1993) : TVD-MacCormack 法による常・射流混在流の数値計算法, 水工学論文集第 3 7 巻, pp.763-768

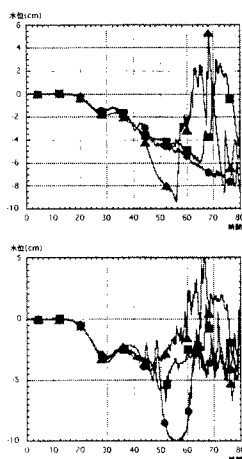
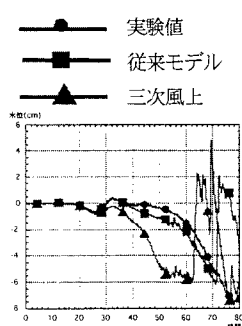


図-3 S6,S7,S9 における水位

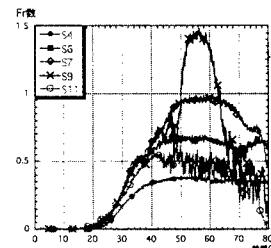


図-2-a 5 計測点における Fr 数 (実験値)

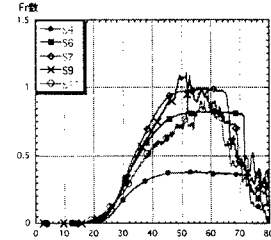


図-2-b 5 計測点における Fr 数 (一次風上)

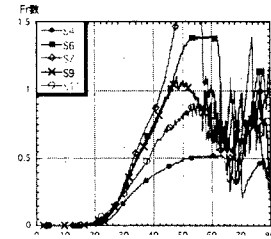


図-2-c 5 計測点における Fr 数 (三次風上)

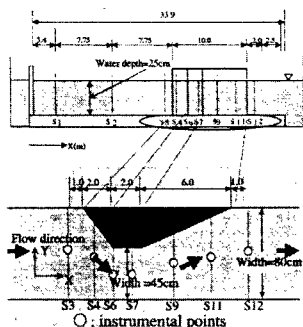


図-1 実験装置断面図 (上) 及び遷移流部平面図 (下)

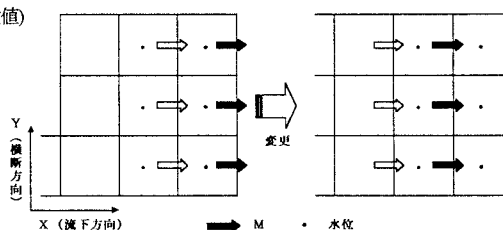


図-4 境界条件変更による差分スキームの変化
(黒印が境界値として与えたもの)

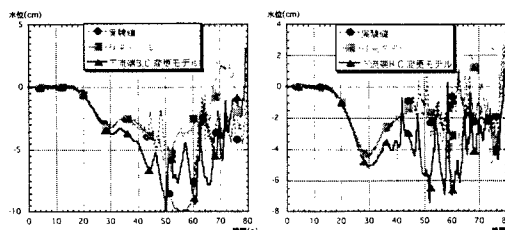


図-5 S9 (左), S11 (右) 地点における水位の時系列比較