

I-29 2次元逆散乱法による非均質体中の欠陥像の再構成について

東北大学 学生員 ○小泉 勝志郎
東北大学 学生員 中畑 和之
東北大学 正員 北原 道弘

1. はじめに

非均質体内部に存在するマクロ欠陥によって散乱された波動を計測し、この散乱波形から逆に欠陥形状を再構成することを試みる。線形化逆散乱解析法を非均質体波動場の特性すなわち波動の分散性を取り入れた手法に拡張し、模擬試験体を用いてその妥当性を検証する。ただし、ここで対象とする非均質体中の非均質部は、波動の多重散乱効果を無視しうる程度に疎に分布しており、また評価対象とする欠陥の代表長のオーダーは非均質部の代表長のオーダーより大きい場合を想定している。

2. 均質体中の形状再構成式

まず、均質体中に存在する欠陥形状を再構成するための逆散乱法について要約する。均質等方な2次元無限弾性体内に空洞が存在しているものとする。空洞の境界上では応力が零である。ここで扱う逆散乱問題とは、遠方の測定境界面上に設置した探触子によって入射波を送信し、空洞によって散乱された散乱波を同じ探触子で受信して、この散乱波から空洞の形状を推定しようとするものである。

ボルン逆解析によれば¹⁾、欠陥の形状と位置を再生する特性関数 $\Gamma(\mathbf{x})$ は次式のように散乱振幅 $A_m \hat{y}_m$ のフーリエ逆変換型の積分として表される。

$$\Gamma(\mathbf{x}) = -i \frac{2}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{1}{u^0 k_L^2} \hat{y}_m A_m(k_L, \hat{\mathbf{y}}) \times e^{2ik_L \hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x}} k_L dk_L d\hat{\mathbf{y}} \quad (1)$$

ここで k_L は縦波の波数、 $\hat{\mathbf{y}}$ は探触子の方向を示す単位ベクトルである。母材が均質な場合、上式(1)を基に、計測された縦波散乱振幅 $\hat{y}_m A_m(k_L, \hat{\mathbf{y}})$ を用いて欠陥形状を再構成することができる。

3. 非均質場における波速

母材が均質な場合の欠陥形状の再構成式(1)を、非均質部の多重散乱を無視し得るという意味において、非均質母材中に存在する欠陥像の再構成に拡張する。このためには、時間域で得られた欠陥による散乱波形と再構成したい欠陥形状の空間分布を結びつける波速の周波数依存特性が必要となる。ここでは、後に計測対象とする非均質母材中の波速の周波数依存特性を把握しておく。

3.1 散乱断面積

散乱断面積 $P(\omega)$ は入射波の平均インテンシティ $\langle I^I \rangle$ に対する全方向に散乱された散乱波の平均パワー $\langle P^S \rangle$ の比として定義され²⁾、 $P(\omega)$ は次式で表される。

$$P(\omega) = \frac{\langle P^{SC} \rangle}{\langle I^{IN} \rangle} = \frac{\int_A n_i \langle \sigma_{ij}^{SC} u_j^{SC} \rangle dA}{\langle \sigma_{2j}^{IN} u_j^{IN} \rangle} \quad (2)$$

上式中の散乱波の計算に Fourier 型積分の近似式を用いると、2次元での散乱断面積は以下ようになる。

$$P(\omega) = -2 \sqrt{\frac{2\pi}{k_L}} \text{Re}[\mathbf{p} \cdot \mathbf{A}(k_L, \mathbf{p})] \quad (3)$$

この式は2次元での散乱断面積が入射波の進行方向 $\mathbf{p}$ の前方散乱振幅のみで表されることを示している。また、散乱減衰係数 $\alpha(\omega)$ は次のようになる。

$$\alpha(\omega) = \frac{1}{2} NP(\omega) \quad (4)$$

ここで、 N は単位面積あたりの散乱体の個数である。

3.2 位相速度の周波数依存性

Kramers-Kronig 関係²⁾ を利用すると、散乱減衰量 α から位相速度 c_L が求められる。

$$c_L(k_L) = c_L^0 \left[1 + \frac{2k_L^2}{\pi} \frac{c_L^0}{\bar{c}_L} P v. \int_0^\infty \frac{\alpha(k'_L) dk'_L}{k_L'^2 (k_L'^2 - k_L^2)} \right]^{-1} \quad (5)$$

$$c_L^0 = \lim_{k_L \rightarrow 0} c_L(k_L) \quad (6)$$

ここで、 c_L^0 は $c_L(k_L)$ の静的極限である。

上式(5)を用いて後に示す計測で実際に使用した非均質母材の位相速度の周波数依存性を計算した結果を示したのが図-1である。縦軸は母材の縦波速度 $\bar{c}_L$ で無次元化した位相速度、横軸は周波数 (MHz) である。

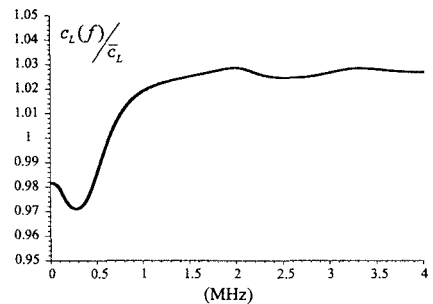


図-1 位相速度の周波数特性

4. 非均質体中の形状再構成式

先に示した均質体中のボルン逆解析に Kramers-Kronig 関係を利用した位相速度を適用すると、逆解析式中の k_L は $k_L(f) = 2\pi f/c_L(f)$ となる。ここで、 $dk_L(f)/df = 2\pi/c_L(f)$ と近似すると、非均質体中の形状再構成式として次式を得る。

$$\Gamma(\mathbf{x}) = -i \frac{2}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{1}{u^0 f} \hat{y}_m A_m(f, \hat{\mathbf{y}}) \times e^{2i\pi \frac{\mathbf{x} \cdot \hat{\mathbf{y}}}{c_L(f)}} df d\hat{\mathbf{y}} \quad (7)$$

5. 超音波モデル実験

本研究では図-2に示すような実験装置を用いて水浸超音波パルスエコー実験を行った。パルサーレシーバーから発せられたパルス状の電気信号は水浸探触子を駆動して、水中に超音波を発振する。この超音波は水を介して供試体内に透過し固体内を伝播する。供試体内の空洞によって散乱された波動を、再び水を介して同じ探触子で受信する。

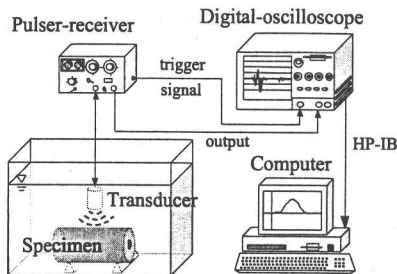


図-2 水浸超音波パルスエコー実験

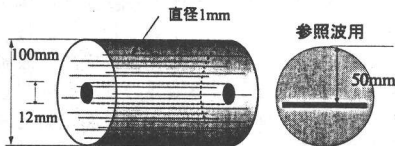


図-3 実験に用いた供試体

探触子は水浸型 ($\phi 25\text{mm}$, 公称中心周波数 0.5MHz) を使用した。供試体は図-3に示すように円筒形のセメントの中心に直径 12mm の円筒空洞を空け、セメント中には直径 1mm のスチール製針金を面積百分率 3% で埋め込んだものを用いた。また、比較のために上記の計測供試体と同じ材質、同じ形状でなおかつインクルージョンを含まない供試体でも計測を行った。なお、セメントの材料定数は、縦波速度 $c_L = 3750\text{m/sec}$, 密度 $\rho = 2100\text{kg/m}^3$, スチールの材料定数は縦波速度 $c_L = 5900\text{m/sec}$, 密度 $\rho = 8000\text{kg/m}^3$ である。

先の2.と4.に示した逆解析手法は無限弾性体中に存在する空洞に対して誘導されたものである。しかし、本実験における空洞は水中に置かれた有限な供試体内にあり、また、ここで利用する超音波は圧電素子により電圧から力学的な波動へと変換されたものである。受信散乱波を基に式(7)を用いて散乱体形状を再成するためには、探触子の影響や固体内以外の超音波の伝播経路の影響を取り除き、固体内における散乱波を抽出する必要がある。そこで、インクルージョンは有しないが同じ材質、同じ外半径を有する半円筒部分と平面境界を持った供試体を用いて、参照波形 O^{ref} を計測する。ここで E^{ref} は弾性体と空気が接する平面境界に平面弾性波が入射した場合の反射係数に相当し、周波数に無関係な定数として解析的に決定できる量である。

計測で得られた受信散乱波形を周波数域に変換し参照波形で除して、固体内における空洞からの散乱波形

を次のように得る。

$$E^{sc}(f) = E^{ref} \frac{O^{sc}(f)}{O^{ref}(f)} \quad (8)$$

上記 $E^{sc}(f)$ は弾性体中の空洞に縦波が入射されたときの散乱振幅に相当し、形状再構成式(7)中の $\hat{y}_m A_m(f, \hat{y})$ として利用できる。

6. 計測結果

まず、インクルージョンを含まない供試体から得られた散乱波形を用いた形状再構成結果は図-4のようになった。

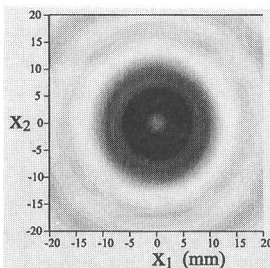


図-4 均質体中に存在する円形空洞の再構成結果

図中の濃く黒が出ている部分が欠陥であることを示している。

次にインクルージョンが含まれている供試体での形状再構成を行った。位相速度の周波数依存性 $c_L(f)$ は図-1に示してある。計測した散乱波に位相速度の周波数依存性を考慮して形状再構成を行った結果を図-5に示す。インクルージョンを含まない場合と比べると結果の精度は幾分劣るが、おおよその形状を把握できる程度には形状再構成されている。

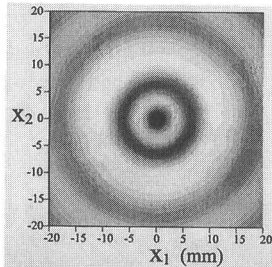


図-5 非均質体中に存在する円形空洞の再構成結果

7. 結論

再構成結果から、マイクロ非均質体内の場合でも均質体の場合同様、線形逆解析法で欠陥の再構成が可能であることが分かった。再構成精度の向上が今後の課題である。

参考文献

- 1) 北原道弘, 中畑和之, 廣瀬壮一: 線形化逆散乱解析法の欠陥位置と形状再構成能に関する一検討, 応用力学論文集, Vol.1, pp.167-174, 1998
- 2) A.I. Beltzer: The effective dynamic response of random composites and polycrystals - A survey of the causal approach, Wave Motion, Vol.11, pp.211-229, 1989.