

I - 27

ファイバーモデルを用いた薄肉梁の弾塑性解析

東北大学工学部

東北大学大学院工学研究科

東北大学大学院工学研究科

○学生員 廣瀬 恒太

正 員 岩熊 哲夫

正 員 後藤 文彦

1. まえがき

アーチなど面内荷重を受ける曲がり梁の強度は、しばしば横倒れ座屈などの面外座屈に支配される。円弧アーチの場合、等曲げまたは一様圧縮を受ける場合については弾性域での解析解が得られているが、一般的な載荷条件を解析するには数値解析に頼らざるを得ない。特に薄肉開断面の梁では、断面のそりの影響や塑性域の広がりによる剛性の低下の影響を適切に考慮する必要がある。本研究では、梁要素の断面を要素ごとに十分に細かく断面分割し、その分割部分ごとに弾塑性の判定をして、この分割部分の座標値の関数を面積積分することで断面定数を求めるファイバーモデルによる解析を行った。

2. 定式化と解法

まず、幾何学非線形に関しては、剛体変位除去の手法に基づいた有限変位有限要素法¹⁾によって考慮する。図-1のように変位 d と相対変位 r を定義する。全体系の外力 f と局所系の外力 f_ℓ を結びつける関係式 $f = R^T f_\ell$ に局所系で成り立つ剛性方程式 $f_\ell = K r_\ell$ を代入すると全体系の剛性方程式およびその変位に関する増分式が次式のように得られる。

$$f = R^T K T^T r \dots\dots\dots (1)$$

$$\Delta f = \left[\frac{\partial}{\partial d} \{ R^T \} K T^T r + R^T K \frac{\partial}{\partial d} \{ T^T \} r + R^T K T^T \frac{\partial}{\partial d} \{ r \} \right] \Delta d \quad (2)$$

さて、式(2)の K は周知の線形剛性行列であるが、本研究ではこの各成分に含まれる断面の各種剛性を、以下のように塑性域の広がりを考慮した面積積分で求めることによって材料非線形性を考慮する。まず、断面を図-2のように断面分割する。既知の釣り合い位置から次の増分ステップを計算する際、この各分割部分における前のステップでの相当応力（本解析では軸応力成分のみ）が降伏応力に達しているかどうかで弾性か塑性かの判定をし、それぞれに対応した接線弾性係数（本解析では完全弾塑性を仮定）を掛けながら面積積分をして断面の各種剛性を算出する。このように既知の釣り合い位置において断面の塑性の広がりによる剛性の低下を考慮した K を用いて式(2)の増分式を解き、その結果を前のステップの結果に累積しながら次のステップへと進む。尚、座屈の判定は、式(2)の [] 内の増分剛性行列が特異になる点を行列式から判断して行う。

3. 数値解析

図-3に示すように曲率を減少させる方向に中央集中荷重を受ける円弧アーチの横倒れ座屈を解析する。断面の諸元は、弾性係数 $E = 6.2940 \times 10^4$ MPa、せん断弾性係数 $G = 2.6848 \times 10^4$ MPa、弱軸回りの断面二次モーメント $I_y = 8.7982 \times 10^{-11}$ m⁴、ねじれ定数 $J = 2.5245 \times 10^{-11}$ m⁴、反りねじれ定数 $I_\omega = 4.4465 \times 10^{-15}$ m⁶ である。まず、円弧の半径を一定にして、中心角 θ を変化させた場合の座屈荷重を図-3に示す。この問題は Papangelis ら²⁾が弾性材料に対して求めた数値解があるので、それも併記した。弾性材料に対する本数値解は Papangelis ら²⁾が結果を求めている範囲では、彼等の結果とよく一致している。完全弾塑性材料に対する本数値解は、中心角が大きい領域では、弾性材料に対する解と一致しているが、中心角が小さい領域になるにつれて、弾性材料の座屈解よりも小さい荷重で座屈を起こしている。これは、半径が一定の円弧アーチの場合、中心角が小さくなるほど、細長比が小さくなり弾性座屈荷重よりも小さい荷重で塑性領域が発生するためと考えられ

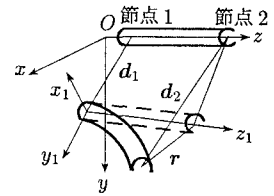


図-1 梁要素の変形

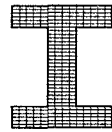


図-2 ファイバーモデル

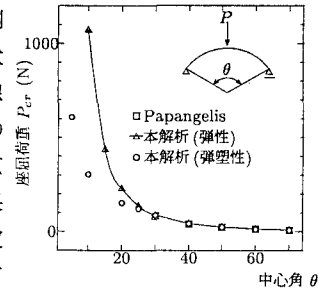


図-3 円弧アーチの横倒れ座屈 (1)

る。そこで、同じ断面諸元の円弧アーチについて、円弧の中心角を一定にして弧長 S を変化させた場合の横倒れ座屈荷重を図-4 に示す。弾性材料に対する本数値解を破線で示し、完全弾塑性材料に対する本数値解を中心角が 10° 、 30° 、 60° の場合についてそれぞれ +, ×, ○ の記号で示した。弧長が長い領域では、完全弾塑性材料に対する解は弾性材料に対する解とほぼ一致しているが、弧長が短い領域になるにつれ、完全弾塑性材料に対する解は、弾性材料の座屈解よりも小さい荷重で座屈を起こしている。また、中心角の小さい扁平なアーチほど、弧長が短くなるにつれて弾塑性座屈荷重が弾性座屈荷重よりも小さくなる割合が大きい。

次に断面諸元が弾性係数 $E = 6.3250 \times 10^4$ MPa、せん断弾性係数 $G = 2.7016 \times 10^4$ MPa、弱軸回りの断面二次モーメント $I_y = 8.9167 \times 10^{-11}$ m⁴、ねじれ定数 $J = 2.5773 \times 10^{-11}$ m⁴、反りねじれ定数 $I_\omega = 4.4843 \times 10^{-15}$ m⁶ である円弧アーチを、今度は曲率が増加する方向に (図-5) 中央集中荷重を載荷してみる。まず、円弧の半径を一定にして、中心角 θ を変化させた場合の座屈荷重を図-5 に示す。すると図-3 の場合と同様に弾性材料に対する本数値解は、Papangelis ら²⁾ が結果を求めている範囲では、彼等の結果とよく一致している。完全弾塑性材料に対する本数値解は、中心角が大きい領域では、弾性材料に対する解と一致しているが、中心角が小さい領域になるにつれて、弾性材料の座屈解よりも小さい荷重で座屈を起こしている。これも図-3 の場合と同様に半径が一定の円弧アーチの場合、中心角が小さくなるほど、細長比が小さくなり弾性座屈荷重よりも小さい荷重で塑性領域が発生するためと考えられる。また、円弧の中心角を一定にして弧長 S を変化させた場合の横倒れ座屈荷重を図-6 に示す。弾性材料に対する本数値解を波線で示し、完全弾塑性材料に対する本数値解を中心角が 20° 、 40° 、 60° の場合についてそれぞれ +, △, × の記号で示した。すると図-4 と同様に弧長が長い領域では、完全弾塑性材料に対する解は弾性材料に対する解とほぼ一致しているが、弧長が短い領域になるにつれ、完全弾塑性材料に対する解は、弾性材料の座屈解よりも小さい荷重で座屈を起こしている。また、中心角の大きいアーチほど、弧長が短くなるにつれて弾塑性座屈荷重が弾性座屈荷重よりも小さくなる割合が大きくなっており、この点に関しては図-4 の場合と反対の傾向を示している。

4. まとめ

ファイバーモデルを用いることで、梁要素を用いた有限変位有限要素法の定式化を利用しつつ比較的簡便に薄肉梁の弾塑性解析を行える定式化を導いた。弾性域で既存の数値解が求められている円弧アーチの横倒れ座屈の問題を解析して定式化の精度を確認し、中心角や弧長を変化させた場合の円弧アーチの弾塑性座屈特性を調べた。

参考文献

- 1) 後藤文彦・小林裕・斎木功・岩熊哲夫：空間固定三軸回りの回転自由度を用いた空間梁解析，応用力学論文集，Vol.1, pp.319-327, 1998.
- 2) John P. Papangelis and Nicholas S. Trahair, M.ASCE: Flexural-Torsional Buckling Testson Arches, JOURNAL OF STRUCTURAL ENGINEERING, Vol.113, No.7, pp.1433-1443, 1987
- 3) Yong-Lin Pi and N.S.Trahair, Member,ASCE: Out-of-Plane Inelastic Buckling and Strength of Steel Arches, JOURNAL OF STRUCTURAL ENGINEERING, Vol.124, No.2, pp.174-183, 1998

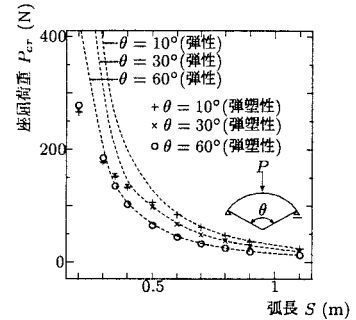


図-4 中心角の影響 (1)

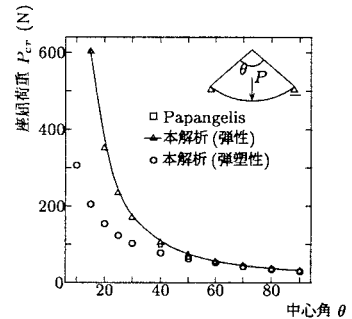


図-5 円弧アーチの横倒れ座屈 (2)

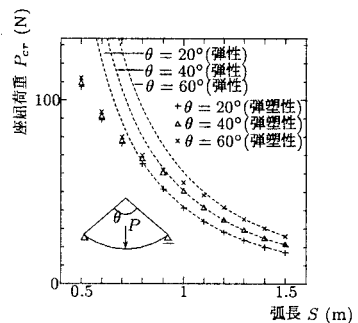


図-6 中心角の影響 (2)