

VII-14

廃棄物循環の構造分析のための拡張 SNA 産業連関モデルの開発

東北大学 学生員 ○結城 拓児
東北大学 学生員 加河 茂美
東北大学 フェロー 稲村 肇

1. はじめに

家計や産業の経済活動から発生する廃棄物を取り巻く環境問題は非常に重要視されている。これら経済活動による廃棄物の循環（発生・再利用）プロセスが環境に与える影響を定量的に分析することは将来の環境問題を考える上で、重要な指標になると言える。これに対し、産業連関分析は直接間接の波及効果を推計できる手法として非常に有力である。従来の産業連関表は分析の便宜上、(m,m)型の正方行列を用いて分析が行われている。ところが、産業連関分析を廃棄物循環の問題に応用するとき、家計や産業活動からの廃棄物の投入産出プロセスを内生化する必要があり、その際、産業数と商品数が一致することがないため V 表は(m,n)型の矩形行列となる。よって分析を行う上では(m,n)型の産業連関表において、生産均衡式を定式化する必要がある。ここで産業技術仮定を用いれば従来のように定式化を行うことは容易である。しかし、産業技術仮定においてはある商品について各産業のマーケットシェアが固定という理論経済学的に厳しい仮定を用いることになるため本研究では商品技術仮定を基に定式化を行う。

家計や産業活動からの廃棄物の投入産出プロセスを内生化した SNA 型産業連関モデルは、従来から稲村・加河^{1,2)}によって提案されていた。しかし、その定式化はなされていなかった。本研究では廃棄物発生・再利用プロセスとそれに起因する環境負荷の構造分析を行うための第一歩として、提案されているモデルの定式化を一般逆行列を用いて行うことを目的とする。

2. モデルのフレームワーク

本研究で扱う SNA 型産業連関モデルのフレームを表-1に示す。

表-1 SNA 型産業連関表の形式

	商品	産業	最終 需要	合計
商品	n	U_{ij}	f_i	q_i
産業	V_{ij}	m		g_i
付加価値		y_j		
合計	q_j	g_j		

ここで、

V_{ij} : 産業iが商品jを生産する量を表した産出行列

U_{ij} : 産業jが生産するために商品iを必要とする量を表した投入行列

q_i : 商品iの国内総生産量を表す列ベクトル

g_i : 産業iの国内総生産量を表す列ベクトル

f_i : 商品iの最終需要量を表す列ベクトル

y_j : 産業jの付加価値を表す行ベクトル

m : 産業部門数

n : 商品部門数 ($m < n$)

3. モデルの定式化

以下、このフレームに基づいて定式化を行う。表-1に示す U 表、V 表から投入係数行列 B_{ij} 、産出係数行列 C_{ij} を商品技術仮定に基づき次式のように求める。

$$B_{ij} = U_{ij}/g_j \quad (1)$$

$$C_{ij} = (V_{ij})^T/g_i \quad (2)$$

e を全ての要素が 1 の列ベクトルとすると、U 表の需給バランスから

$$q = Ue + f \quad (3)$$

が成り立ち、(1)、(3)式から次式が得られる。

$$q = Bg + f \quad (4)$$

さらに、表-1における産出の二面性から

$$q = Cg \quad (5)$$

が成り立つ。式(5)を g について解き、式(4)に代入することで従来の SNA 体系における q についての生産均衡式を得ることができる。ところが、C は(n,m)型の矩形行列であることから、通常の線形理論では解を持たない。そこで以下で、一般逆行列を導入する。今、線形方程式 $q = Cg$ が解 g をもつような q に対して、 $g = C^+q$ がこの方程式の一つの解となる場合、(m,n)型行列 C^+ を C の一般逆行列という。この C^+ は経済学上マーケットシェア行列を表している。 C^+ が C の逆行列であるための必要十分条件式は次式で与えられる^{3,4)}。

$$CC^+C = C \quad (6)$$

次に、式(5)の残差の 2 乗和から関数 $f(g)$ を次のように定義する。

$$f(g) = (Cg - q)^T (Cg - q) \quad (7)$$

ここで、 g に関する関数の一次微係数を 0 とおくと次式を得る。

$$\frac{\partial f(g)}{\partial (g)^T} = 2(C^T Cg - C^T q) = 0 \quad (8)$$

これを整理し、連立方程式の解を求めると以下のようになる。

$$g = (C^T C)^{-1} C^T q = C^+ q \quad (9)$$

ここで、最小 2 乗型一般逆行列 C^+ は次の条件を満足している。

$$(CC^+)^T = CC^+ \quad (10)$$

また、一般解 g を特殊解 g_p と基本解 g_c の一次結合として表すときに、特解の 2 乗ノルム

$$\|g_p\|^2 = g_p^T g_p \quad (11)$$

を最小化するものが最も解に近いことが経験的に知られている。この関数にラグランジュ乗数

$$\gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_n)^T \quad (12)$$

を用いて、残差

$$R = Cg_p - q \quad (13)$$

を制約条件として付加することで次の目的関数を得る。

$$f(g_p) = \frac{1}{2} \|g_p\|^2 - R^T \gamma = \frac{1}{2} g_p^T g_p - (Cg_p - q)^T \gamma \quad (14)$$

上式の停留条件を考えることで次式を得る。

$$\frac{\partial f}{\partial g_p^T} = g_p - C^T \gamma = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \gamma^T} = -(Cg_p - q) = 0 \quad (16)$$

これらを整理することから、

$$\gamma = (CC^T)^{-1} q \quad (17)$$

を得る。これより、連立方程式の解を求めると以下のようになる。

$$g_p = C^T \gamma = C^T (CC^T)^{-1} q = C^+ q \quad (18)$$

ここで、ノルム最小型の逆行列 C^+ は次の条件式を満足している。

$$(C^+ C)^T = C^+ C \quad (19)$$

また、一般逆行列の反射性から次の条件式が得られる^{3,4)}。

$$C^+ CC^+ = C^+ \quad (20)$$

以上の条件式(6)、(10)、(19)、(20)全てを満たす (n, m) 型行列 C^+ を行列 C のムーアペンローズ逆行列といい、

これにより C の逆行列が数学的に一意に定まる。

Kalman(1972)によって C^+ は次式で求められている。

$$C^+ = C^T C (C^T C C^T C)^{-1} C^T \quad (21)$$

式(21)の逆行列を用いることで式(4)、(5)から q についての生産均衡式を次のように導くことできる。

$$q = (I - BC^+)^{-1} f \quad (22)$$

また、式(22)と式(5)から g の生産均衡式についても次式のように求めることができる。

$$g = (I - C^+ B)^{-1} C^+ f \quad (23)$$

ここで、式(22)、(23)をそれぞれオイラー展開すると、

$$q = f + BC^+ f + (BC^+)^2 f + \dots + (BC^+)^n f + \dots \quad (24)$$

$$g = f + C^+ BC^+ f + (C^+ B)^2 C^+ f + \dots + (C^+ B)^n C^+ f + \dots \quad (25)$$

を得ることができ、生産波及段階別の均衡生産量を推計することが可能となる。

4. 結論

本研究では、商品技術仮定の基で副生産物や廃棄物の波及過程を内生的に取り扱い分析できる SNA 産業連関モデルの定式化を一般逆行列を用いることで行うことができた。これより、家計や産業活動からの廃棄物の投入産出プロセスを内生化した (m, n) 型の V 表を用いても産業連関分析をおこなうことが可能である。廃棄物発生原単位及び、廃棄物再利用原単位を求めることも可能になった。今後、本モデルの有効性を検討するとともに、ある財・サービスの生産活動に伴って直接間接的に排出される廃棄物量とそれに起因する環境負荷の構造分析を行いたい。

< 参考文献 >

- (1)加河茂美、稲村肇：SNA 型産業連関表に基づく生産・消費・廃棄のライフサイクルアセスメント、土木計画学研究講演集、No.22、pp.797-800、1999。
- (2) Hajime Inamura & Shigemi Kagawa：Evaluation of Air Pollution Control Measures Based on a Rectangular Input-Output Analysis, International input-output association (IIOA) papers, New York, May、1998。
- (3)柳井晴夫、竹内啓：射影行列・一般逆行列・特異値分解、東京大学出版会、pp.49-50、pp.62-63、1983。
- (4) C. R. Rao & S. K. Mitra: General Inverse of Matrices and its Applications, John Wiley & Sons, Inc, New York (渋谷政昭、田辺国士訳(1973)：一般逆行列とその応用、東京図書)、1971。
- (5)中村慎一郎：廃棄物循環再利用の経済・環境効果の産業連関分析、第8回廃棄物学会研究発表会講演論文集 pp.100-102、1998。