

V-71 拡張カルマンフィルタを用いたRC柱部材の復元力特性の推定

東北学院大学 工学研究科 学生会員 ○佐々真也
東北学院大学 工学部 正会員 遠藤孝夫

1. はじめに

土木構造物の耐震設計において、強震時のRC柱部材の動特性の把握など未だ不明な点も多く、RC柱部材の地震時動特性の把握や既存構造物の損傷度評価を目的とした研究が数多く行われている。

そこで、同様の目的で本研究は、構造物の振動特性を考える上で、線形1自由度系モデルにより、まず1次モードの振動性状を理解できること、また線形系の動特性が逆解析で推定することができれば、等価線形係法により、復元力特性が非線形性を示す場合にも等価な動特性を推定することができることから、拡張カルマンフィルタを用いて線形1自由度振動系の動特性の推定を試み、その有効性を数値的に検討した。その際、本研究では観測データとして数値シミュレーションにより求めた模擬観測データを用いた。

2. 拡張カルマンフィルタ

拡張カルマンフィルタは、次に示す式(1)の非線形連続型状態方程式と式(2)の非線形離散型観測方程式

$$\frac{d\mathbf{x}_t}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_t, t) \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_{tk} = \mathbf{h}(\mathbf{x}_{tk}, t_k) + \mathbf{v}_k \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{v}_k$ ：ガウス白色雑音

$$\mathbf{E}[\mathbf{v}_k, \mathbf{v}_k^T] = \mathbf{R}(k) \delta_{kl} \quad (\delta_{kl}: \text{クロネッカー・デルタ関数})$$

に対する式(3)～(7)の漸化的なアルゴリズムで、初期の最適推定値と初期の推定誤差の共分散値が与えられれば、シーケンシャルに最適な状態推定値を求めることができる。

$$\hat{\mathbf{x}}(t_{k+1}|t_k) = \hat{\mathbf{x}}(t_k|t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{f}[\hat{\mathbf{x}}(t|t_k), t] dt \quad (3)$$

$$\mathbf{P}(t_{k+1}|t_k) = \mathbf{P}[t_{k+1}, t_k; \hat{\mathbf{x}}(t_k|t_k)] \mathbf{P}(t_k|t_k) \Phi^T[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_k|t_k)] \quad (4)$$

$$\mathbf{K}[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1}|t_k)] = \mathbf{P}(t_{k+1}|t_k) \mathbf{M}^T[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1}|t_k)] [\mathbf{M}[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1}|t_k)] \mathbf{P}(t_{k+1}|t_k) \mathbf{M}^T[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1}|t_k)] + \mathbf{R}(k+1)]^{-1} \quad (5)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(t_{k+1}|t_{k+1}) = \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1}|t_k) + \mathbf{K}[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1}|t_k)] \times [\mathbf{y}_{tk+1} - \mathbf{h}[\hat{\mathbf{x}}(t_{k+1}|t_k), t_{k+1}]] \quad (6)$$

$$\mathbf{P}(t_{k+1}|t_{k+1}) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1}|t_k)] \mathbf{M}[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1}|t_k)]] \mathbf{P}(t_{k+1}|t_k) [\mathbf{I} - \mathbf{K}[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1}|t_k)] \mathbf{M}[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1}|t_k)]]^T + \mathbf{K}[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1}|t_k)] \mathbf{R}(k+1) \mathbf{K}^T[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1}|t_k)] \quad (7)$$

ここに、 $\hat{\mathbf{x}}(t_k|t_k)$ ； $\mathbf{Y}_{tk}$ が得られた時の t_k 時間における状態推定ベクトル (最適推定値)

$\mathbf{P}(t_k|t_k)$ ； $\hat{\mathbf{x}}(t_k|t_k)$ と真の値 $\mathbf{x}_{tk}$ との差の共分散行列

$\hat{\mathbf{x}}(t_{k+1}|t_k)$ ； $\mathbf{Y}_{tk}$ が得られたときの t_{k+1} 時間における状態推定ベクトル

$\mathbf{P}(t_{k+1}|t_k)$ ； $\hat{\mathbf{x}}(t_{k+1}|t_k)$ と真の値 $\mathbf{x}_{tk+1}$ との差の共分散行列

$\mathbf{K}[t_{k+1}; \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1}|t_k)]$ ； t_{k+1} 時間でのフィルターゲイン行列

$\mathbf{y}_{tk}$ ； t_k 時間での観測ベクトル

$\mathbf{Y}_k$ ； $\{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_k\}$

$\mathbf{I}$ ：単位行列

$$\mathbf{M}[t_k; \hat{\mathbf{x}}(t_k|t_k)] = \left[\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}_{tk}, t_k)}{\partial \mathbf{x}_j} \right]_{\mathbf{x}_{tk} = \hat{\mathbf{x}}(t_k|t_k)} \quad (8)$$

$$\Phi[t_{k+1}, t_k; \hat{\mathbf{x}}(t_k|t_k)] = \mathbf{I} + \Delta \mathbf{F}[t_k; \hat{\mathbf{x}}(t_k|t_k)] \quad (9)$$

$$\text{ただし、} \mathbf{F}[t_k; \hat{\mathbf{x}}(t_k|t_k)] = \left[\frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}_t, t)}{\partial \mathbf{x}_j} \right]_{\mathbf{x}_t = \hat{\mathbf{x}}(t_k|t_k)}$$

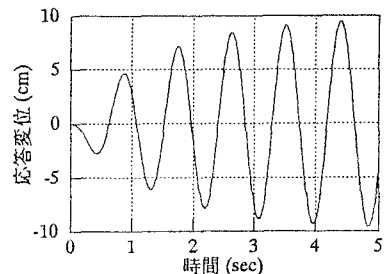


図1 出力の模擬観測波形

3. 状態方程式

系の支配方程式を拡張カルマンフィルタ・アルゴリズムに組み込むためには、状態方程式と遷移行列が必要となる。

線形1自由度系の運動方程式は、

$$\ddot{x} + 2\beta\omega\dot{x} + \omega^2x = -\ddot{x}_0 \quad (10)$$

ここで、 β ；減衰定数、 ω ；固有円振動数、 x ；応答変位、 $\ddot{x}_0$ ；入力加速度として与えられる。次に、 $u = \ddot{x}_0$ 、 $x_1 = x$ 、 $x_2 = \dot{x}$ とおき、システムを状態空間表示し、同定するパラメーターを、 $x_3 = \beta$ 、 $x_4 = \omega$ とおいて、各パラメーターが定常であるとする、線形系に対する状態方程式が得られる。

$$\frac{d\mathbf{x}_t}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -2x_3x_4x_2 - x_4^2x_1 - u \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

離散化した遷移行列は式(9)から、次式となる。

$$\Phi[t_{k+1}, t_k; \hat{\mathbf{x}}(t_k|t_k)] = \begin{bmatrix} 1 & \Delta & 0 & 0 \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} & \phi_{24} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

ただし、 $\phi_{21} = -\Delta x_4^2$ 、 $\phi_{22} = 1 - 2\Delta x_3x_4$
 $\phi_{23} = -2\Delta x_4x_2$ 、 $\phi_{24} = -2\Delta(x_2x_3 + x_1x_4)$

4. 解析条件

逆解析を行うには入力と出力の観測データが必要となる。そこで本研究では、順解析により模擬観測データを作成している。順解析のモデルは、粘性減衰係数として等価粘性減衰係数を与えることにより非線形性も考慮できることと、解析の簡便性から最も基本的な線形1自由度振動系(固有円振動数： $\omega = 7.07 \text{ rad/sec}$ 、減衰定数： $\beta = 0.1$)とした。順解析に用いた入力の模擬観測データは最大加速度： 100 cm/sec^2 、時間刻み： $\Delta = 0.01 \text{ sec}$ 、継続時間： $t = 5 \text{ sec}$ 、固有周期： $T = 0.88 \text{ sec}$ の正弦波とした。出力の模擬観測データは、上述の入力の模擬観測データを用いて、応答計算を行い、得られた応答変位波形を出力の模擬観測データ(図1参照)とした。

また、逆解析には星谷ら¹⁾が開発したEK-WGI法を用い、初期条件は表1の値を用いた。

5. 解析結果および考察

図2は、EK-WGI法の1回目のグローバルな繰り返し時の最適推定値である。減衰定数および固有円振動数に対応する状態量 $\hat{x}_3(t_k|t_k)$ 、 $\hat{x}_4(t_k|t_k)$ は、それぞれ0.0993、7.07に収束し、真値(観測値を作成したときに用いた値)とほとんど同様の値となった。図3は、EK-WGI法の各グローバルな繰り返し時 $t_k = 5 \text{ sec}$ での最適推定値 $\hat{x}_3(t_{500}|t_{500})$ 、 $\hat{x}_4(t_{500}|t_{500})$ をプロットしたもので、2回目以後のグローバルな繰り返しにおいてはそれぞれ一定値となり、安定した推定結果であるものと判断できる。

以上の結果より、ノイズを含まない模擬観測データを用いた場合、線形の復元力特性を有する1自由度振動系の動特性の推定に拡張カルマンフィルタが十分有効であることが示された。このことから、構造物の振動特性を考える上で重要な1次モードの振動性状が理解できる。また、等価線形法により、復元力特性が複雑な非線形性を示す場合の等価な動特性の推定にも応用できるものと思われる。

参考文献 1) 星谷勝、齊藤悦郎：データ解析と応用、鹿島出版会、1991.7

表-1 初期条件

$x : x_1$	0.0	P_{11}	1.0
$\dot{x} : x_2$	0.0	P_{22}	1.0
$\beta : x_3$	0.5	P_{33}	10^3
$\omega : x_4$	20.0	P_{44}	10^3

$W = 10^3$, $R = 10^{-2}$, $P_{ij} = 0.0 (i \neq j)$

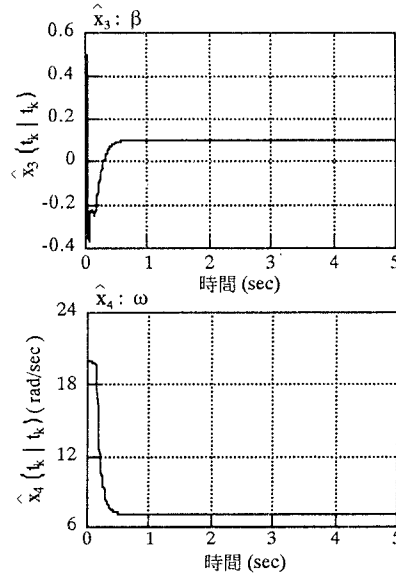


図2 推定結果(1回目)

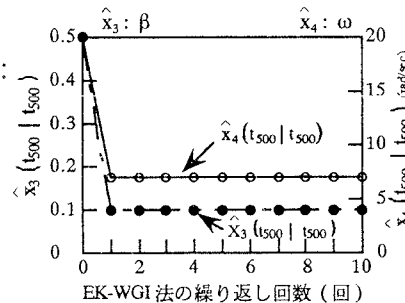


図3 未知パラメータの収束状況