

Ⅲ-49

地盤支持力の数値解析法に関する研究

東北大学工学部 学生員 ○浅野 浩康
 東北大学工学部 学生員 西岡 英俊
 東北大学工学部 正会員 京谷 孝史
 東北大学工学部 正会員 岸野 佑次

1.はじめに

地盤支持力の数値解析法として一般によく扱われている下界定理に基づいた極限支持力解析法¹⁾と、有限要素弾完全塑性解析、剛塑性有限要素法²⁾を取り上げ、それぞれの解析手法によって得られる解の特徴を明確にし、その適用性について検討した。

2.解析手法

(1)極限支持力解析（線形計画問題としての定式化）

解析する地盤モデルに対し、有限要素法により離散化を行い、与えられた節点荷重ベクトル $\mathbf{F}$ と、それに対応する弾性応力分布ベクトル $\boldsymbol{\sigma}^e (B^t \boldsymbol{\sigma}^e = \mathbf{F})$ を求める。離散化されたつり合い式並びに線形不等式で表された破壊条件を用いると、極限支持力を求める問題は、線形制約条件

$$\begin{cases} N^t (\alpha \boldsymbol{\sigma}^e + \bar{\boldsymbol{\sigma}}^e) - \mathbf{R} \leq 0 \\ B^t \boldsymbol{\sigma}^e = \mathbf{F} \end{cases}$$

のもとで、最大の荷重係数 α を求める線形計画問題として定式化できる。ここに、 N は区分的に線形近似した降伏曲面の外向き単位法線ベクトルからなるマトリックス、 R はそれらに至る距離、 B は有限要素モデルにおける全要素応力ベクトル $\boldsymbol{\sigma}^e$ 、 $\bar{\boldsymbol{\sigma}}^e$ と外荷重ベクトルとのつり合い式を表すマトリックスである。

(2)有限要素弾完全塑性解析

有限要素弾完全塑性解析では増分系構成則

$$K(U) \Delta U = \Delta F$$

を各ステップごとに解く。降伏条件として Von-Mises の降伏条件

$$f = \frac{1}{2} \sqrt{J_2'} - K = 0$$

を用いた。

3.解析結果

(1)解析モデル

内部摩擦角 $\phi = 0$ で、図1に示すような浅い基礎地盤に等分布荷重を載荷した場合や、剛板載荷した場合の解析を行った。

Plandtl と Hill によれば、上記のような内部摩擦角 $\phi = 0$ の浅い基礎地盤に、等分布荷重を載荷した場合の極限支持力は、粘着力 c を用いれば

$$q_u = 5.14 \times c$$

と表すことができる。これより、それぞれの解析手法において、統一を図るために、耐えうる荷重が粘着力の半分の何倍になるかを極限荷重係数として表すことにした。

(2)等分布荷重を載荷した場合

極限支持力解析による極限荷重係数は図2に示すように Plandtl と Hill の解 5.14 をやや上回り、要素

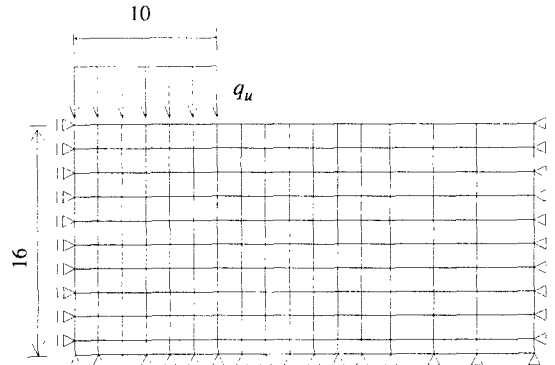


図1 解析モデル

数が多くなると近付いていく傾向が得られた。

有限要素弾完全塑性解析では、同じく図3に示すように、5.14を下回り、要素数が多くなると近づいていく傾向が得られた。

一方、田村らの剛塑性有限要素法に基づいた計算によれば、96要素では極限荷重係数は5.26、48要素では5.33という解析結果が得られている。

(3)剛板載荷および、強制変位を与えた場合

田村らによる剛塑性有限要素法の剛板載荷の解析結果では極限荷重係数は5.50と得られている。

極限支持力解析による結果は図3に示すように、剛板載荷にしても強制変位による解析にしても、極限荷重係数は要素数によって大きく異なり、要素数が多いほど荷重係数は小さくなる傾向が得られた。

有限要素弾完全塑性解析による解析では、極限荷重係数は図4に示すように要素数が少ないとやや大きな値を示したが、およそ一定値付近にある結果となった。

一方、田村らの剛塑性有限要素法に基づいた計算によれば、96要素では5.26、48要素では5.33という解析結果が得られている。

4.結果の考察

(1)等分布荷重を載荷した場合

極限支持力解析は、与えた単位荷重によって発生する弾性応力分布をもとに解析し、有限要素離散化によって得られる弾性応力分布が、どの程度正確な静的可容応力場を表すことができるかが重要である。そして各々の要素が大きい場合、各要素に発生する応力の近似において、誤差が多く含まれると思われる。また、Von-Misesの降伏関数を接平面によって近似する部分において、その接平面による近似の誤差が発生していることも考えられる。

有限要素弾完全塑性解析では、5.14を下回って

るが、要素を細かくとれば、4.8付近の一定値に近づいていくものと思われる。

一方、上界定理に基づいた田村らによる剛塑性有限要素法の解析結果は48要素と96要素の2つしかデータが得られていないが、要素が細くなると次第に5.14にそれよりも上の値から近づいていく。それに対して、下界定理に基づいた極限支持力解析では要素を細かくするにつれ5.14よりも下の値から近づいていくのが理想的である。しかし、極限支持力解析では剛塑性有限要素法と同様に上界から5.14に近づく結果となった。これは先に述べたような近似誤差が発生するためだと考えられる。

(2)剛板載荷、および強制変位を与えた場合
剛板載荷や強制変位を与えた場合、載荷端部直下の要素には極端な応力集中が発生する。要素が少ないと、結果が他に比べて大きくなるのは、降伏した要素の周りの要素でより広い領域で応力を受け持つことができるためと考えている。特に極限支持力解析では、弾性応力分布を元に計算をするために、要素が細かいほど載荷端部直下の要素から極端的な破壊が起きやすくなっているのではないかと考えられる。それに対し、有限要素弾完全塑性解析では、変位を追っていく計算をしているので、極限支持力解析ほどの要素分割による依存性は無いものと思われる。

5.結論

等分布荷重載荷において、極限支持力解析は、下界定理とおりの結果を得ることはできなかったが、極限荷重係数5.14を正值とするならば、要素を細かくするほど、十分に良い結果は得られることが分かった。それに対し有限要素弾完全塑性解析では要素を細かくすると正值から離れていく傾向があることも分かった。

剛板載荷および、強制変位を与えた場合においては、極限支持力解析では要素分割による依存性が強く、どの場合において正しい結果が得られるのか定かではない。それに対し、有限要素弾完全塑性解析では、要素分割による依存性は強くなく、一定値付近に現れることがわかった。

参考文献

1) 欧陽立珠：均質化法と極限支持力解析を用いた不連続性岩盤安定解析システムの開発，東北大学工学部工学専攻修士論文，1998
2) Takeshi Tamura, Shoichi Kobayashi, Tetsuya Sumi: LIMIT ANALYSIS OF SOIL STRUCTURE BY RIGID PLASTIC FINITE ELEMENT METHOD, SOILS AND FOUNDATIONS Vol.24, No.1, pp.34-42, Mar. 1984

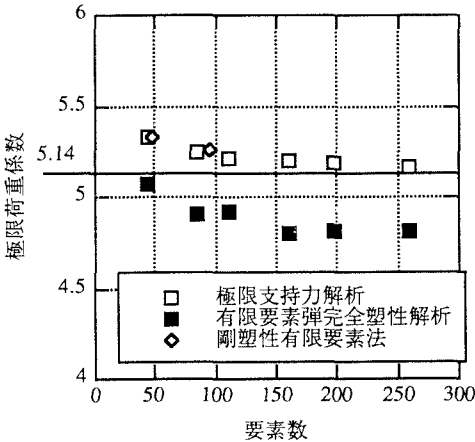


図2 等分布荷重による解析

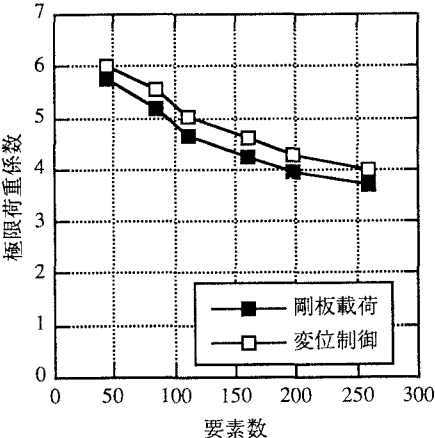


図3 極限支持力解析における剛板載荷および強制変位による解析

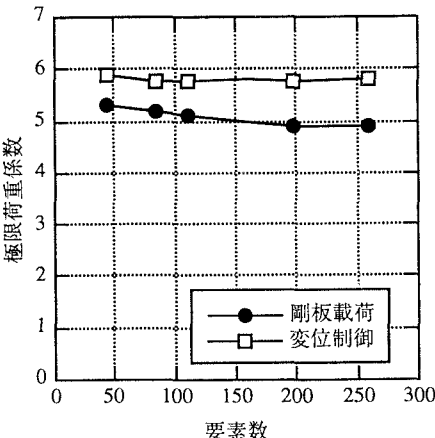


図4 有限要素弾完全塑性解析による剛板載荷および変位制御の解析