

Ⅲ-45

ループテンソルによる粒状体マイクロエレメントの解析

東北学院大学 学生会員 神山 実
同 同 ○砂金 啓
同 名誉会員 佐武正雄

1. まえがき

粒状体の不規則なパッキングを解析するため、まずループテンソルを導入し、それを基礎とする統計解析について説明する。マイクロエレメントとは、パッキングを構成する単位として、一粒子を囲む粒子群を考えるもので、その変化によってパッキングの変化を調べることができる。本文では等円パッキングを考察し、3種類の規則正しいループエレメントの組み合わせからマイクロエレメントをつくり、その変化についてループテンソル及びその統計量がいかに変化するかを考察する。

2. ループテンソルとその統計解析

粒子グラフの中の一つのループ ν について、ループテンソルを次のように定義する。

$$L_{\nu} = 1/2 \sum_{\nu} II \quad (1)$$

ここに I は枝ベクトル、 $\sum_{\nu}$ はループ ν に含まれる枝についての総和を示す。粒子パッキング（或いはその一部のマイクロエレメント）が与えられた場合、その中に含まれる n 個のループのループテンソルについて、次に述べる統計解析を行うことができる。

一般に n 個のテンソル（ここでは2次元とする） T_i が与えられているとき、まず等方部分と偏差部分に分解する（ I は単位テンソル）。

$$T_i = \alpha_i I + T_i', \quad \text{ここに} \quad \alpha_i = 1/2 \operatorname{tr} T_i \quad (2)$$

式(2)について平均をとれば

$$\bar{T} = \bar{\alpha} I + \bar{T}' \quad (3)$$

となるが、 $\bar{T}'$ も偏差テンソルである。ループテンソルの場合、 α をループの大きさと呼ぶことにする。 α についての分散 v 、変動係数 c は次式で与えられる。

$$v = 1/n \sum \alpha_i^2 - \bar{\alpha}^2, \quad c = \sqrt{v/\bar{\alpha}} \quad (4)$$

次に、偏差部分については

$$T_i' \cdot T_i' = \beta_i^2 I \quad (5)$$

とかけるから、 $\beta_i (\geq 0)$ によって T_i' の (T_i) の異方度を定義する。平均偏差テンソル $\bar{T}'$ について

$$\bar{T}' \cdot \bar{T}' = \beta^2 I \quad (6)$$

によって平均異方度 $\beta (\geq 0)$ を定義する。 β は必ずしも β_i の平均値ではないことに注意する。異方度分散 w 、異方度変動係数 d は、次のように定義される。

$$w = 1/n \sum \beta_i^2 - \beta^2, \quad d = \sqrt{w/\beta} \quad (7)$$

3. マイクロエレメントの解析、結語

ループが正3角形、正方形、菱形（斜角 75° ）の3種類のループエレメントを組み合わせ、17種類のマイクロエレメントをつくり、図-1に示すようにその変化（表-2に1例を示す）を考察した。その結果、平均大きさが減少すれば間隙率が減少し、また異方度変動係数が減少（増大）すれば、規則配列から遠のく（に近づく）ことなどが分かった。今後は実パッキングについてもこの方法で解析し、粒状体の変形機構を調べてゆきたいと考えている。

表-1 マイクロエレメントの諸量 (1例)

	平均大きさ α	大きさ変動係数 σ	平均異力度 β	異力度変動係数 δ	間隔率	枝数
0						
1-A	0.75	0	0	0	0.0931	12
1-B	0.85	0.1411	0.1036	1.2347	0.1492	12
2-1A	0.85	0.1441	0.0518	3	0.1492	12
2-1B	0.85	0.1441	0	0	0.1668	12
2-2A	0.85	0.1441	0	0	0.1668	12
2-2B	1	0	0.259	0	0.1869	12

表-2 マイクロエレメント諸量の変化 (1例)

変化	平均大きさの差	大きさ変動係数の差	平均異力度の差	異力度変動係数の差	間隔率の差	枝数の差
3-1A → 2-3A	0.0625	-0.1155	0.0015	-0.0594	0.0179	1
3-1A → 2-3B	0.0625	-0.1155	0.096	-4.3718	0.0179	1
3-1A → 2-4A	0.1	-0.1361	0.0295	-0.296	0.0282	-1
3-1A → 2-4B	0.1	-0.1361	0.1027	5.0266	0.0282	-1
3-1B → 2-1B	0.15	-0.1411	0	0	0.0312	0

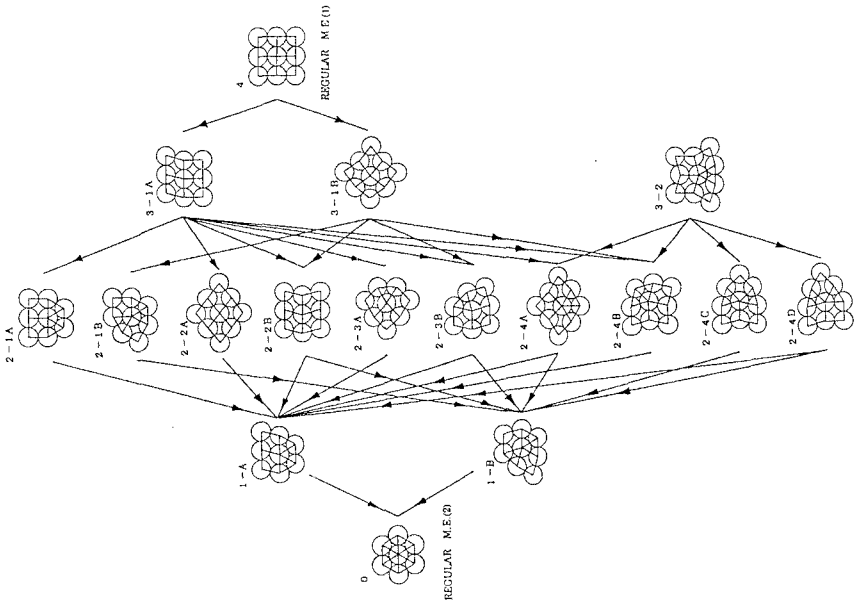


図-1 マイクロエレメントの変化系統図