

II-38

境界適合格子を用いた名取川河口部の数値計算

東北大学大学院 学生員 ○糸永 宣昭

東北大学大学院 正 員 田中 仁

1. はじめに

名取川を含む日本の多くの河川では、河口部に大規模な砂州が形成されることが多い。砂州は、波浪や塩水の遡上を妨げる役割を果たし、いわば「自然の構造物」であるが、同時に河道を塞いでしまう障害物となり得る場合もある。洪水ピーク時に潮位が低く、河口内水位と潮位との間に勾配がつけばこれにより流れが速くなり、砂移動も活発となる。逆の場合であれば当然砂州フラッシュが遅れ、より大きなせきあげ水位がもたらされる。

名取川は、河口部に大規模な安定した砂州を有しており、河川側への退行や縮小がおこる可能性は少ない。そこで、河川管理上は洪水時に砂州がフラッシュされるか否かが重要となってくる。本研究では、数値計算に用いるメッシュ形状に着目し、正方格子を用いた数値計算結果との比較・検討、ならびに流路形状の表現能力を向上させるという目的から境界適合格子を用いた数値計算を行う。

2. 名取川河口部の概況

図1に名取川河口地形の概要を示す。

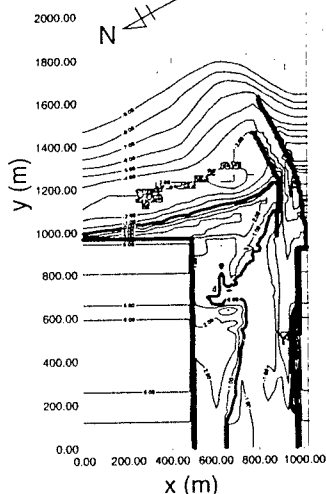


図1 名取川河口部

流域面積は 938.9km^2 、幹線流路延長は 55.0km となっている。河口部には二基の導流堤を有しており、河

道は北へ向かって湾曲している。

3. 数値計算手法および条件

15m 、 7.5m 正方格子および境界適合格子を用いた本河川の数値計算が行われた。流れの基礎式は浅水方程式であり、これを Leap-Frog 差分法によって解いた。その後、流砂量を算定し地盤高の時間変化を求めて地形変化のシミュレーションを行った。

計算条件としては、既報¹⁾で報告した 1986 年 8 月出水を対象とする。計算の上流境界条件については実測流量を水深の $5/3$ 乗で比例配分したものを計算領域の上流端で与え、沖側境界で仙台港の推算潮位に高潮分を加算した水位を与えた。

4. 計算結果の格子依存性

4.1 差分法による計算結果

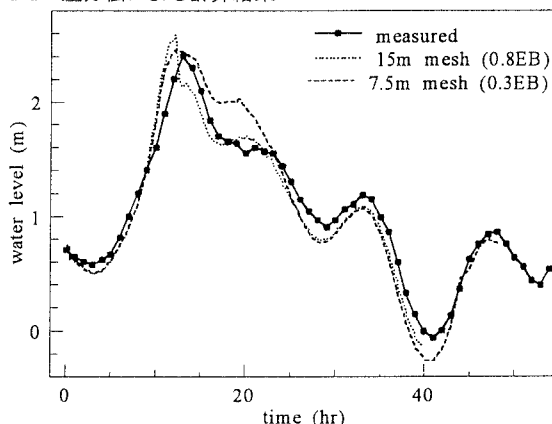


図2 水位比較図（関上水位観測所）

図2は関上水位観測所（図1のY地点）で得られた実測水位と計算による水位である。2つの計算結果において、用いた掃流砂量式は共に Einstein and Brown（以下 EB 式）である。計算が実測水位と実測河道断面を良好に再現するように掃流砂量式に乗ずる係数を定めた。その結果、 15m mesh については EB 式を 0.8 倍したものの (0.8EB)、 7.5m mesh については EB 式を 0.3 倍したものの (0.3EB) が最も実測値に近いことが示された。

図3に 15m mesh と 7.5m mesh での導流堤内の流速変化の様子を示す。

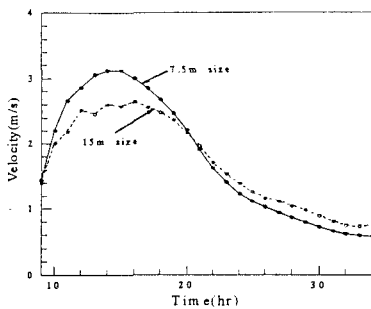


図3 導流堤内の流速変化

これを見ると、7.5m mesh の最大流速の方が 15m mesh のそれよりも 20%ほど大きくなっている。これは、15m mesh の計算においては境界としての導流堤の粗度効果が著しく、これが流速の低減をもたらし、一方、実測値に合う河床変動計算のためには、大きな流砂量をもたらす係数が必要であったと考えられる。

4.2 境界適合格子の作成

4.1 で述べたように、導流堤は境界としての粗度効果が大きいので、これを正確に表現することが必要であると考えられる。計算精度向上のためには格子間隔を小さくすることが考えられるが、計算時間が膨大になる。そこで、計算時間を短縮しつつ、境界を精度良く表現できるようにするために境界適合格子を用いて計算を行うことを考える。

境界での格子点が与えられているとすると、物理平面 (ξ, η) と計算平面 (x, y) の写像関係 (図4 参照) は次に示す2組のポアソン方程式を解くことによって得られる。

$$\xi_{xx} + \xi_{yy} = P(\xi, \eta), \quad \eta_{xx} + \eta_{yy} = Q(\xi, \eta) \quad (1)$$

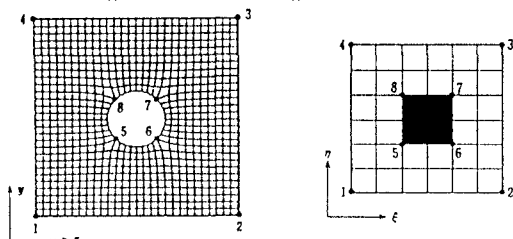


図4 物理平面と計算平面の写像関係

ここで、(1)式右辺の P, Q は格子幅を調整するパラメータである。式(1)を計算平面に変換するために独立変数と従属変数を入れ替えると次の楕円型偏微分方程式を得る²⁾。

$$\alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta} + J^2(Px_{\xi} + Qx_{\eta}) = 0 \quad (2)$$

$$\alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta} + J^2(Py_{\xi} + Qy_{\eta}) = 0 \quad (3)$$

ただし、 $\alpha = x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2$, $\beta = x_{\xi}x_{\eta} + y_{\xi}y_{\eta}$, $\gamma = x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2$, J : ヤコビアンである。式(2), (3)を一様な格子幅の計算平面で解くことにより物理平面での (x, y) が得られ、格子形成が行える。

以上の手法により得られる計算格子を図5に示す。

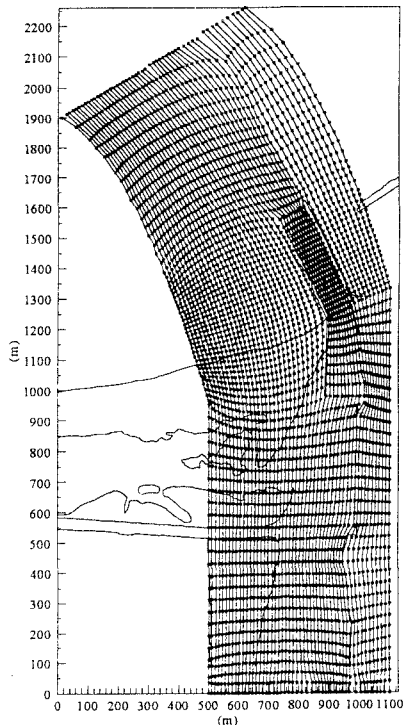


図5 計算領域

洪水時の実測結果によれば、導流堤内の右岸に深掘れが生じる。このような現象を精度良く再現するために、導流堤内に格子を集中させ、それに沿った形状の境界適合格子を作成した。

計算結果については、講演時に詳細を示す予定である。

謝辞：貴重な資料を提供して頂いた建設省仙台工事事務所に深く感謝いたします。

参考文献：

- 1) 桑原直樹・田中 仁・佐藤勝弘・首藤伸夫：洪水時における河口地形変化の数値計算，海岸工学論文集，第42巻，pp.596-600，1995。
- 2) 数値流体力学編集委員会：格子形成法とコンピュータグラフィックス，東大出版会，pp.11-30，1995。