

東北大学 大学院 学生員 ○齊藤 克哉
 東北大学 大学院 学生員 中畑 和之
 東北大学 工学研究科 正員 北原 道弘

1. はじめに

構造部材内部に存在する3次元欠陥によって散乱された波動を計測し、この散乱波形の情報から逆に欠陥形状を再構成することを試みる。本手法の要点は、未知欠陥による散乱波の積分表現にボルン近似とキルヒホフ近似を適用することにより、後方散乱波の逆フーリエ変換として欠陥形状を再構成することにある。ここでは散乱波の解析データを用いて、楕円体の空洞状欠陥を再構成した結果を報告する。

2. 線形化逆散乱解析手法

3次元逆散乱法は2次元の場合¹⁾と同様に定式化できるが、ここに要点だけをまとめる。

2.1 散乱波の積分表現と等価散乱源

いま、3次元無限弾性体 D 内に欠陥 D^c が存在するものとする。このとき領域 D 内の点 \mathbf{y} における散乱波 u_m^{sc} は次のように積分表現ができる。

$$u_m^{sc}(\mathbf{y}) = \int_D G_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) q_i(\mathbf{x}) dV \quad (1)$$

ここで、 G_{im} は3次元弾性波動問題の基本解である。また、 $q_i(\mathbf{x})$ は等価散乱源と呼ばれ、散乱波を領域内に分布した等価物体力からの放射波として表現するものである。この等価散乱源については2種類の定式化が可能であり、境界型の積分表現から得られる等価散乱源は次のようになる。

$$q_i(\mathbf{x}) = -\gamma(\mathbf{x}) C_{ijkl} \{ n_j(\mathbf{x}) u_{k,l}(\mathbf{x}) - n_l(\mathbf{x}) u_k(\mathbf{x}) \partial / \partial x_j \} \quad (2)$$

式(2)において、 $\gamma(\mathbf{x})$ は散乱体の境界 S 上においてのみ値を有する特異関数であり、次のように定義される。

$$\int_D \gamma dV = \int_S dS \quad (3)$$

また、 C_{ijkl} は弾性定数を表し、 \mathbf{n} は境界上の単位法線ベクトルであり、領域 $D \setminus D^c$ の内向きを正としている。一方、領域型の積分表現から得られる等価散乱源は次のようになる。

$$q_i(\mathbf{x}) = \Gamma(\mathbf{x}) \{ \delta \rho \omega^2 u_i(\mathbf{x}) - \delta C_{ijkl} u_{k,l}(\mathbf{x}) \partial / \partial x_j \} \quad (4)$$

式(4)において、 $\Gamma(\mathbf{x})$ は散乱体 D^c の領域内部においてのみ値を有する次のような特性関数である。

$$\Gamma(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{for } \mathbf{x} \in D^c \\ 0 & \text{for } \mathbf{x} \in D \setminus D^c \end{cases} \quad (5)$$

また、 δC_{ijkl} は母材 $D \setminus D^c$ と欠陥 D^c の弾性定数の差、 $\delta \rho$ は密度の差である。

2.2 遠方散乱場

超音波による非破壊検査において、超音波は欠陥の代表寸法に比べて十分離れた点で検出される。よって波動の観測点 \mathbf{y} が欠陥から遠方に位置するとして、観測点 \mathbf{y} と欠陥上の点 \mathbf{x} の距離 r を以下のように近似する(図-1参照)。

$$r = |\mathbf{y} - \mathbf{x}| \approx |\mathbf{y}| - \hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x} \quad (6)$$

このとき、座標原点は欠陥の近傍にあるものとする。

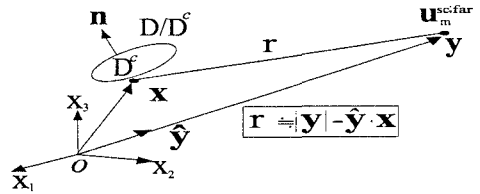


図-1 遠方近似

上記の遠方近似を用いると式(1)の遠方における散乱波の縦波成分は次のようになる。

$$u_m^{sc, far}(\mathbf{y}) = \frac{e^{ik_L |\mathbf{y}|}}{4\pi k_L |\mathbf{y}|} A_m(\hat{\mathbf{y}}) \quad (7)$$

ここで、 A_m は次のような縦波の散乱振幅である。

$$A_m(\hat{\mathbf{y}}) = \frac{1}{\mu} \kappa^2 \hat{y}_i \hat{y}_m \int_D q_i(\mathbf{x}) e^{-ik_L \hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x}} dV \quad (8)$$

ここで、 $\kappa = k_L / k_T$ 、 $\hat{\mathbf{y}}$ は座標原点から観測点 \mathbf{y} に向く単位ベクトルである。

2.3 欠陥の近似再構成法

(1) 逆散乱問題 欠陥への入射波を次のような平面縦波と仮定する。

$$u^0(\mathbf{x}) = u^0 \hat{\mathbf{d}}^0 \exp(ik^0 \hat{\mathbf{p}}^0 \cdot \mathbf{x}) \quad (9)$$

ここで、 u^0 は振幅、 $\hat{\mathbf{d}}^0$ は変位の偏向方向を表す単位ベクトル、 k^0 は入射波の波数、 $\hat{\mathbf{p}}^0$ は入射波の進行方向を表す単位ベクトルである。欠陥の大凡の位置は既知であるとし、欠陥近傍の1点に向けて超音波を送受信するパルスエコー法を採用すれば、 $k^0 = k_L$ 、 $\hat{\mathbf{d}}^0 = \hat{\mathbf{p}}^0 = -\hat{\mathbf{y}}$ となる。遠方で散乱波 $u_m^{sc, far}$ が計測されたとき、式(7)の右辺の球面波の補正は可能である。このため、以下では式(8)左辺の遠方縦波の散乱振幅 A_m が与えられたとき、欠陥形状を推定する問題を考える。

(2) ボルン近似再構成 式(8)右辺の等価散乱源 q_i は欠陥形状に関する情報と共に未知変位場を含んでいる。この意味で式(8)は欠陥形状に関して非線形である。そこで式(4)で示した q_i に含まれる変位 u_i にボルン近似を導入し、式(8)を線形化する。ボルン近似は、変位 u_i を入射波 u_i^0 で置き換えたものである。このとき、式(8)は次のように書ける。

$$A_m(k_L, \hat{\mathbf{y}}) = 2u^0 \hat{y}_i \hat{y}_m k_L^2 \int_D \Gamma(\mathbf{x}) e^{-2ik_L \hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x}} dV \quad (10)$$

式(10)の右辺の体積積分は、 $\mathbf{K} = 2k_L \hat{\mathbf{y}}$ としたときの特性関数 Γ の \mathbf{K} -空間におけるフーリエ変換 $\tilde{\Gamma}(\mathbf{K})|_{\mathbf{K}=2k_L \hat{\mathbf{y}}}$ に対応するものである。よって、特性

関数 $\Gamma(\mathbf{x})$ は逆フーリエ変換により次のように求められる。

$$\Gamma(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \oint \int_0^\infty \frac{\hat{y}_m}{2iu^0 k_L^2} \times A_m(k_L, \hat{\mathbf{y}}) e^{2ik_L \hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x}} 8k_L^2 dk_L d\Omega(\hat{\mathbf{y}}) \quad (11)$$

ここに、 $d\Omega(\hat{\mathbf{y}})$ は微小立体角を表す。

(3) キルヒホフ近似再構成 ここでは式(2)に示した等価散乱源 q_i に含まれる変位 u_i にキルヒホフ近似を導入する。キルヒホフ近似は、境界上の変位 u_i を入射波と反射波の和で置き換えたものである。このとき、式(8)は次のように書ける。

$$A_m(k_L, \hat{\mathbf{y}}) = 2iu^0 \hat{y}_m k_L \times \int_D \gamma_H(\mathbf{x}) e^{-2ik_L \hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x}} dV \quad (12)$$

ここで、 $\gamma_H(\mathbf{x}) = \gamma(\mathbf{x}) H(\hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}))$ である。また、 $H(\cdot)$ はヘビサイドのステップ関数である。キルヒホフ近似をもとにした散乱振幅の表現式(12)も、ボルン近似を用いた場合と同じ構造を持つことがわかる。したがって、特異関数 γ_H はボルン近似の場合と同様に散乱振幅 A_m の逆フーリエ変換として次のように表すことができる。

$$\gamma_H(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \oint \int_0^\infty \frac{\hat{y}_m}{2iu^0 k_L^2} \times A_m(k_L, \hat{\mathbf{y}}) e^{2ik_L \hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{x}} 8k_L^2 dk_L d\Omega(\hat{\mathbf{y}}) \quad (13)$$

3. 欠陥像の再構成

図-2に欠陥形状と超音波の送受信を示す。ここでは、遠方散乱波データは数値解析結果より得られたデータを用いる。

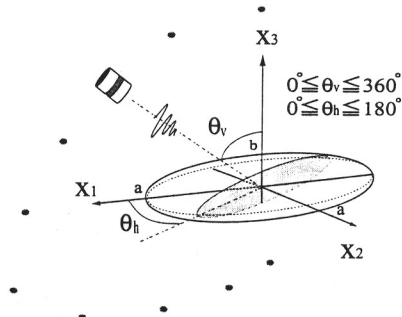


図-2 欠陥形状と超音波の送受信

図-3と図-4にはそれぞれボルン近似、キルヒホフ近似を用いて回転楕円体の空洞状欠陥を再構成した結果を示す。ただし楕円体のアスペクト比は $a:b=5:1$ を採用した。回転楕円体欠陥は、 x_3 軸に関して軸対象であり、両図では x_1 - x_3 面内の再構成結果を示している。

4. 結論

3次元欠陥からの散乱波情報をもとに、ボルン近似とキルヒホフ近似再構成を用いることにより、欠陥形状の再構成が可能であることがわかった。

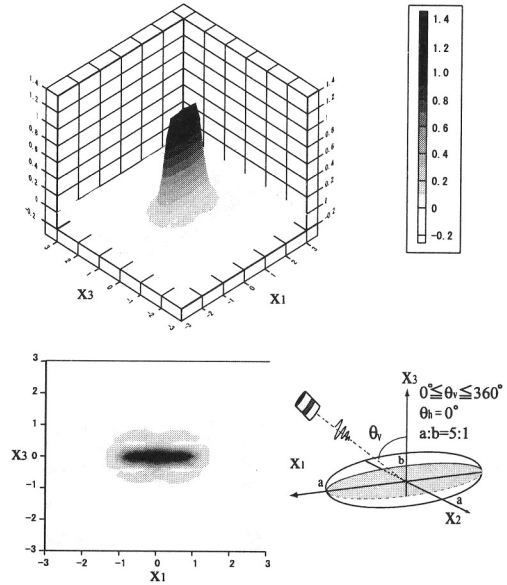


図-3 ボルン近似に基づく再構成

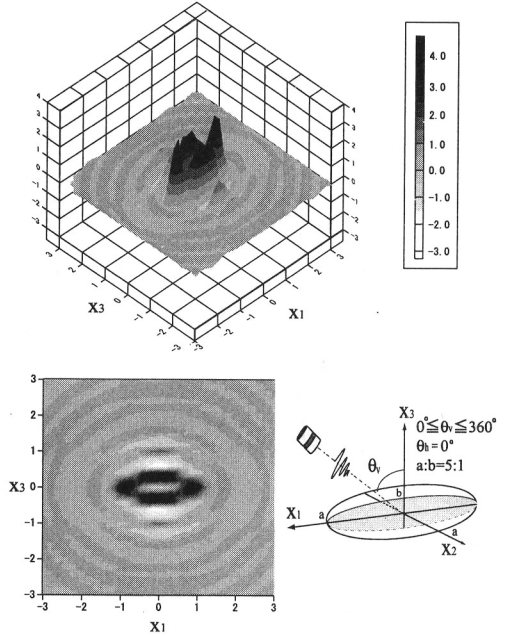


図-4 キルヒホフ近似に基づく再構成

参考文献

- 1) Kitahara, M., Hirose, S. and Achenbach, J.D. : Shape reconstruction of defects in an elastic solid, *The First US-Japan Symposium on Advances in NDT*, pp.187-192, ASNT, 1996.