

1. はじめに

本報告では複数クラックによる多重散乱問題を境界積分方程式により定式化し、散乱パワーの総量を散乱体の幾何学的断面積に換算表現した散乱断面積の周波数特性について調べる。複数クラックが水平に配置された場合については文献1)と2)の研究があり、ここでは複数クラックが鉛直に配置された場合について解析と考察を行う。

散乱パワー、散乱減衰、散乱体の分布形態は密接に関係しており、散乱パワーの周波数特性を前もって調べておけば、散乱減衰計測を行う際の指針となる。

2. 多重散乱問題の定式化

定式化については参考文献1)に詳しいので、ここではクラックが2個存在する場合について解析上の要点だけを示す。クラック面 S_{C1} が $x_3 = 0$ 面上に位置するように局所座標系 (x_1, x_2, x_3) を選ぶと、散乱波 u_i^{SC} は次式で表される。

$$u_k^{SC}(\mathbf{x}) = \int_{S_{C1}} \Xi_{km3}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \Delta u_m(\mathbf{y}) dS_y + \int_{S_{C2}} \Xi_{kmn}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) n_n(\mathbf{y}) \Delta u_m(\mathbf{y}) dS_y \quad (1)$$

ここで、 Δu_m はクラックの開口変位、 Ξ_{kmn} は応力に関する基本解である。この応力基本解は等方弾性テンソル C_{jklm} と基本解 U_{ij} を用いて次のように表される。

$$\Xi_{ijk}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = C_{jklm} \frac{\partial U_{li}(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial y_m} \quad (2)$$

式(1)で応力に関する微分を行えば、散乱場による応力の積分表現を得る。ここで直接クラック面への境界極限をとると、超特異積分となり数値解析が困難になる。そこでテイラー展開により特異項を分離して正則化した後、クラック面上で全応力が0なる境界条件を適用する。この式を二次の形状関数を利用して離散化し、クラックが2個存在する場合について、解くべき方程式を整理すると次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{K}}_{11} & \bar{\mathbf{K}}_{12} \\ \bar{\mathbf{K}}_{21} & \bar{\mathbf{K}}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \bar{\mathbf{u}}_1 \\ \Delta \bar{\mathbf{u}}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{f}}_1 \\ \bar{\mathbf{f}}_2 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

上付のバーは全体座標系での値を示す。 $\bar{\mathbf{f}}_1$ と $\bar{\mathbf{f}}_2$ はクラック面 S_{C1} と S_{C2} 上の入射波による応力、 $\Delta \bar{\mathbf{u}}_1$ と $\Delta \bar{\mathbf{u}}_2$ は S_{C1} と S_{C2} 上のクラックの開口変位である。また、 $\bar{\mathbf{K}}_{12}$ はクラック面 S_{C2} 上からクラック面 S_{C1} 上の点への影響を表すマトリックスである。

3. 散乱断面積

散乱断面積 $P(\omega)$ は、散乱波の時間平均パワー $\langle P^{SC} \rangle$ と入射波の時間平均インテンシティ $\langle I^{IN} \rangle$ の比として次のように定義される。

$$P(\omega) = \frac{\langle P^{SC} \rangle}{\langle I^{IN} \rangle} = \frac{\int_A \hat{x}_i \langle \sigma_{ij}^{SC} u_j^{SC} \rangle dA}{\langle p_i \sigma_{ij}^{IN} u_j^{IN} \rangle} \quad (4)$$

ここで p_i は入射波の進行方向を表す単位ベクトル、 \hat{x}_i は散乱波による応力 σ_{ij}^{IN} が作用している面の単位法線ベクトルである。上記散乱断面積の具体的計算には、散乱パワーの放射特性を表す散乱微分断面積 $dP/d\Omega$ ($d\Omega$ は立体角) を次のように先に計算しておく都合がよい。

$$\frac{dP}{d\Omega} = |\mathbf{A}_L|^2 + \frac{k_L}{k_T} (|\mathbf{A}_T|^2 + |\mathbf{A}_H|^2) \quad (5)$$

ここで、 \mathbf{A}_L は縦波の散乱振幅、 \mathbf{A}_T と \mathbf{A}_H は横波の散乱振幅であり、式(1)の遠方表現から計算できる。散乱断面積 $P(\omega)$ は単位球面上で微分断面積を積分すれば求まる。

$$P(\omega) = \iint \frac{dP}{d\Omega} \sin \theta d\theta d\phi \quad (6)$$

4. 解析結果

参考文献1)においてクラックを水平に配置した場合よりもクラックを鉛直に配置した場合(図-1)の方が、より強く相互干渉の影響があることが示されている。そこで、ここではクラックを鉛直に2つ配置した場合について、 $d/a = 1.0, 3.0, 5.0$ のそれぞれのケースにおける散乱断面積の周波数特性を縦波波数 ak_L を横軸に取りグラフに示した(図-2)。四角が散乱断面積 P の値、白丸が散乱断面積の縦波成分 P_L 、三角が散乱断面積の横波成分 P_T である。また比較の為、1つのクラックの散乱断面積を単純に2倍した値を黒丸(P-ref)で示した。 d はクラック間の距離、 a はクラックの半径、また母材のポアソン比は $\nu = 0.25$ である。

$d/a = 1.0$ と 3.0 の場合、クラック1個の場合の散乱断面積と比較すると、クラック間の相互作用の影響が大きく現れる周波数が存在している。即ち、 $d/a = 1.0$ の場合の $ak_L = 0.8$ 付近、 $d/a = 3.0$ の場合の $ak_L = 2.6$ 付近である。 $d/a = 5.0$ の場合については、クラック1個の場合と比較して大きな変化はないものの、高周波数域においては若干の変動が見られる。図-3は $d/a = 1.0$ と 3.0 の場合について、低周波数域のピーク時に対応した波数の微分断面積をクラック1個の場合と比較したものである。 $d/a = 1.0$ のケースでは後方散乱パワーが減少し、前方散乱パワーが増加していることが分かる。 $d/a = 3.0$ のケースでは放射

パターンの変化は少ないが、前方散乱と後方散乱の対称性は失われている。

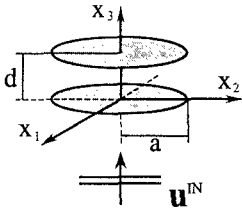
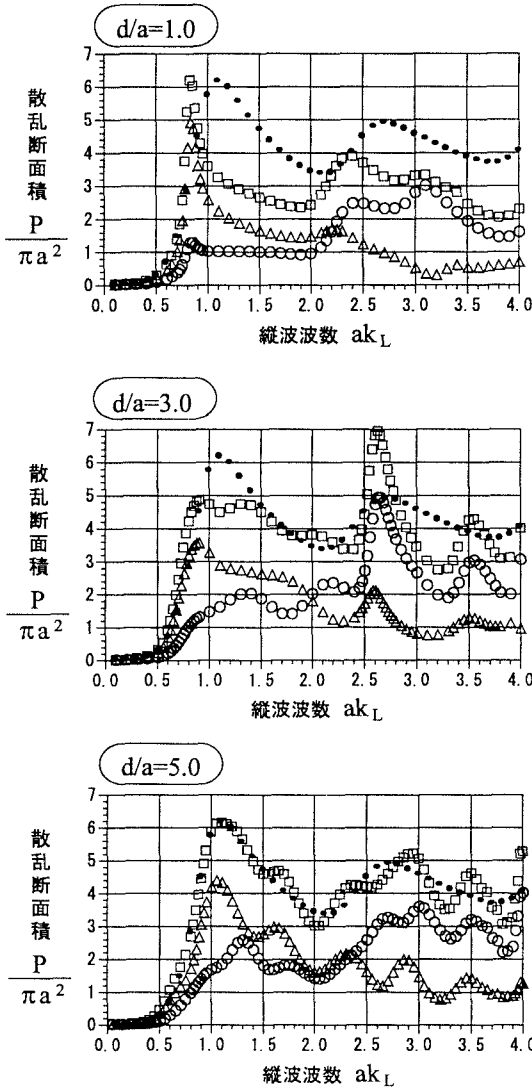


図-1 鉛直配置された2つのクラック



○ 縦波成分PL △ 横波成分PT □ 散乱断面積P ▪ P-ref

図-2 散乱断面積の比較

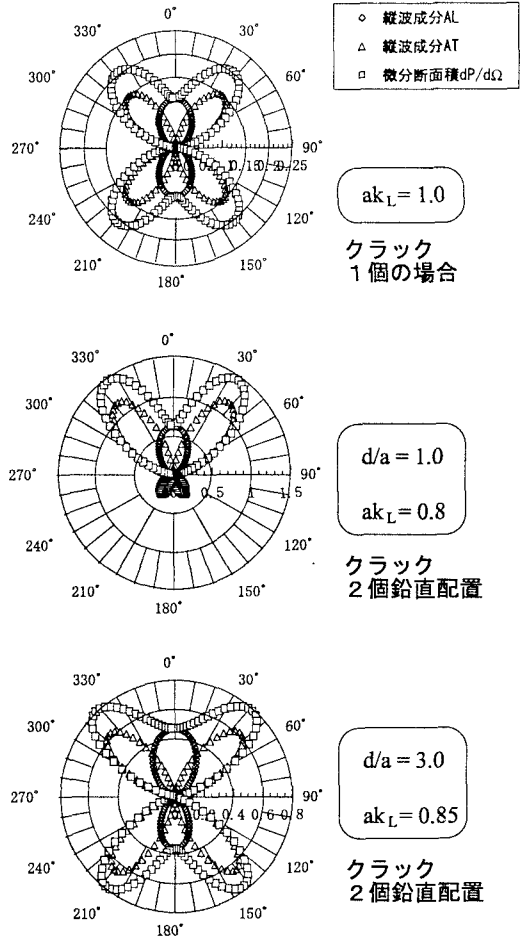


図-3 散乱微分断面積の比較

5. 結論

クラック2個を鉛直配置したモデルとクラック単体モデルとで散乱断面積の周波数特性及び放射パターンの比較を行った。その結果、クラック間の距離が小さい場合にはクラック単体の場合と比較して散乱断面積の周波数特性が大きく変化し、またエネルギーの放射パターンも異なっていることが分かった。

参考文献

- 1) 北原道弘, 岸典之: クラックによる散乱波動エネルギーの解析, 応用力学論文集, Vol.2, pp.111-118, 1999.
- 2) 岸典之, 北原道弘: クラックによる多重散乱解析と弾性散乱断面積, 第54回土木学会年講概要集, 1-A31, pp.62-63, 1999.