

東北大学工学部

東北大学大学院工学研究科

東北大学大学院工学研究科

○学生員 藤原 健史

正 員 岩熊 哲夫

正 員 後藤 文彦

1. まえがき

近年、経済性・耐久性の向上や省力化・工期短縮を追求して構造を簡略化し施工数量を低減した開断面箱桁橋や大断面Uリブ橋などのいわゆる「合理化橋梁」が考案されてきている。こうした橋梁では、張り出し工法などの架設時に開断面に曲げが作用するため、横倒れ座屈などの面外不安定挙動に対する検討も重要になる。そこで、本研究では、こうした開断面梁の座屈や座屈後の挙動を梁要素で簡単に解析するため、梁モデルの大変位有限要素法にそりを考慮した解析を行った。大変位解析には、座標変換行列をオイラー角で表した剛体変位除去の手法を用い、そりは微小変位理論の範囲で考慮した。尚、本研究では、開断面のそりを考慮した場合と無視した場合の座屈の解析解が存在する、等曲げを受けるアーチを解析してみた。

2. 定式化

図-1のように変位 d と相対変位 r を定義し、外力 f のモーメント成分は回転自由度に用いる回転群と仕事をする成分として定義する。局所系での表現を下添え ℓ で表す場合、仮想仕事の式 $f^T \delta d = f_\ell^T \delta r_\ell$ より、全体系の外力と局所系の外力を結びつける関係式 $f = R^T f_\ell$ が得られる。これらに局所系で成り立つ線形の剛性方程式 $f_\ell = K r_\ell$ を代入すれば、全体系での剛性方程式が次のように得られる¹⁾。

$$f = R^T K T^T r \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここでは、座標変換行列 T はオイラー角を用いて表し、式(1)の増分式の変位ベクトル増分 Δd の回転自由度には空間固定三軸回りの微小回転角 ($\Delta\theta_x, \Delta\theta_y, \Delta\theta_z$) を用いた。尚、そりを考慮する場合には、 d はねじれ率を自由度として含み、 f に対応する成分にはそりねじりモーメントを含む。但し、座標変換行列 T 中のねじれ率にかかる対角項成分は1とした。

3. 数値解析

(1) プログラムの精度

そりを考慮したときと無視したときそれぞれの解析解²⁾が存在する等曲げを受ける円弧アーチの横倒れ座屈について、図-2に示した解析モデルを用いて解析する。要素数による座屈荷重の解析解への収束状況を、中心角 60° で正の等曲げを受けた場合のものを図-3に、負の等曲げを受けた場合のものを図-4に示す。尚、修正 Vlasov の解²⁾は、Vlasov の解に座屈前の面内たわみの影響を考慮した解で、修正 Timoshenko の解は修正 Vlasov の解からそりを無視した解である。そりを考慮した本数値解は修正 Vlasov の解に、そりを無視した本数値解は修正 Timoshenko の解にそれぞれ収束することが確認できる。

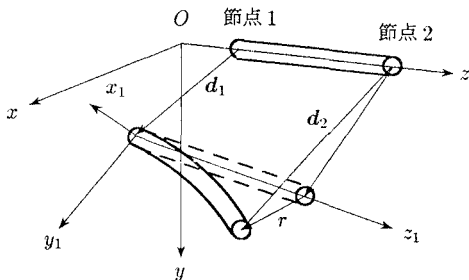
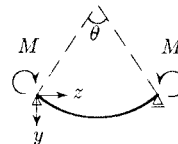


図-1 梁要素の変形



$$\begin{aligned} E &= 2.00 \times 10^8 \text{ kPa} & I_x &= 113.63 \text{ m}^4 \\ G &= 7.72 \times 10^7 \text{ kPa} & I_y &= 3.871 \times 10^{-5} \text{ m}^4 \\ \ell &= 10.244 \text{ m} & J &= 5.89 \times 10^{-7} \text{ m}^4 \\ A &= 9.288 \times 10^{-2} \text{ m}^2 & I_\omega &= 5.5869 \times 10^{-7} \text{ m}^6 \end{aligned}$$

図-2 解析モデル

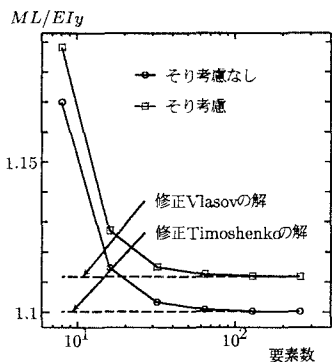


図-3 座屈解の収束 ($\theta=60^\circ$: 正)

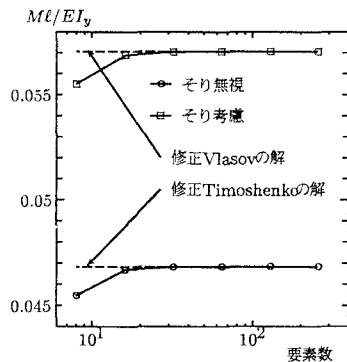


図-4 座屈解の収束 ($\theta=60^\circ$: 負)

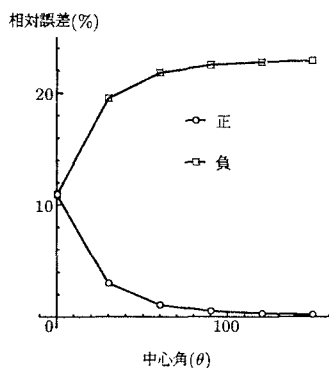


図-5 相対誤差 (64要素)(%)

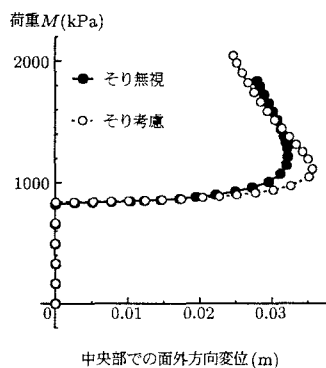


図-6 荷重 - 面外変位の関係 ($\theta=60^\circ$: 正)

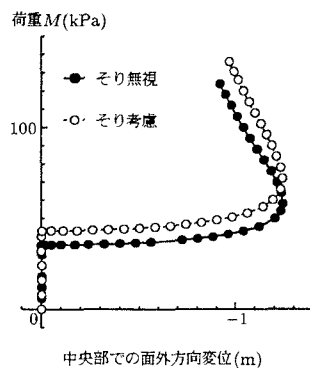


図-7 荷重 - 面外変位の関係 ($\theta=60^\circ$: 負)

(2) そりの影響

図-5に、そりを考慮した場合の座屈荷重の、そりを無視した場合の座屈荷重に対する相対誤差を示す。中心角が大きくなるにつれて、正の曲げをかけた時の相対誤差は小さくなるが、負の曲げをかけた時の相対誤差は大きくなる。つまり、負の曲げをかけた方がそりの影響が大きくなる。

解析解との比較のより、座屈荷重にそりの影響が正しく考慮されていることが分かったので、座屈後の大変位挙動を追跡してみる。64要素で中心角 60° の円弧アーチに正と負の等曲げをかけた場合の、アーチ中央部の面外方向変位とモーメントとの関係をそれぞれ図-6、図-7に示す。正の等曲げを受ける場合は、負の等曲げを受ける場合に比べて、そりを考慮しても座屈荷重には大きな差は出ないが、座屈後には有意な差が生じている。

4. まとめ

梁モデルの大変位有限要素法にそりを考慮した定式化により、開断面のアーチの座屈を解析したところ、そりを考慮した既存の解析解とよく一致した。そこで、更に座屈後の大変位挙動を追跡してみたところ、そりを考慮した場合には、そりを無視した場合と比べて挙動に有意な差が生じることが分かった。

参考文献

- 1) 後藤文彦, 小林裕, 斎木功, 岩熊哲夫: 空間固定三軸回りの回転自由度を用いた空間梁解析, 応用力学論文集 Vol. 1, pp. 319-327, 1998.
- 2) Propan Vacharajittiphan and Nicholas S. Trahair: *Flexural-torsional buckling of curved members*, JOURNAL OF THE STRUCTURAL DIVISION, ST6, pp. 1223-1238, 1975.