

I-19

引張鋼材における分岐階層構造の考察

○東北大学工学部 学生員 寺澤 大樹
東北大学工学部 正会員 池田 清宏
東北大学工学部 正会員 岡澤 重信

1. 序論

均一な引張り荷重下での鋼供試体の破断に至るまでの挙動は、塑性不安定現象の代表的な例であり、そのメカニズムは未だに注目を集めている問題である。Hill¹⁾による弾塑性体の唯一性と安定性の理論を基に、Hill & Hutchinson²⁾により引張り試験で観察される弾性分岐挙動の理論が開発された。この理論を基に様々な研究がなされてきたが、これまでの研究では1次分岐により引き起こされる不安定現象に主点が置かれている。しかしながら、均一領域での1次分岐モードは調和型で、一般に実験で観察される複雑な変形パターンまでは説明できない。そのような複雑性には、階層的分岐現象が関与していると考えられる。本論文の目的は、一軸張力下にある直方体鋼供試体の不安定挙動を階層的分岐挙動の観点から説明する事である。また、本研究の妥当性を検証するために解析、実験も併せて行う。

2. 階層的分岐理論

分岐現象が変形による対称性の消失に関連すると仮定する事により、全ての対称性を持つ群 G と対称性の段階的な減少が特徴の G の部分群を用いて、破断に至るまでの過程が上手く説明できる。

$$G \rightarrow G_1 \rightarrow G_2 \rightarrow \dots \dots \dots (1)$$

ここでは直方体鋼供試体の一軸張力下での分岐現象を考える。直方体は幾何学的対称性に加えて x 方向の周期対称性^{3),4),5)}も考慮すると、群 $G \equiv \langle \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, t(l) \rangle$ と分類される対称性を持つ系に属する。幾何学的対称性は群 D_{2h} で示され、これは次の8つの群元と呼ばれる幾何学操作で表せる。

$$E, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_x\sigma_y, \sigma_y\sigma_z, \sigma_z\sigma_x, \sigma_x\sigma_y\sigma_z \dots \dots \dots (2)$$

ここで E は恒等操作、 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ はそれぞれ yz -, xz -, xy -平面についての鏡映、 $\sigma_x\sigma_y, \sigma_y\sigma_z, \sigma_z\sigma_x$ はそれぞれ z -, x -, y -軸についての π -回転を表している。 $\sigma_x\sigma_y\sigma_z$ は原点に関する空間反転を表す。 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ の間には

$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = (\sigma_x\sigma_y)^2 = (\sigma_y\sigma_z)^2 = (\sigma_z\sigma_x)^2 = (\sigma_x\sigma_y\sigma_z)^2 = E. \dots \dots \dots (3)$$

の関係がある。具体例として、幅厚比が大きな薄い直方体について考察する。写真-1は幅厚比が10.4の鋼供試体の引張試験における破断直前までの変形状態である。まず、直方体供試体の中央部で拡散くびれが発生する事により以下の周期性が崩れる分岐が起こる。

$$G = \langle \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, t(l) \rangle \rightarrow D_{2h} = \langle \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z \rangle. \dots \dots \dots (4)$$

拡散くびれの発生を1次分岐とすると、この状態から対角せん断帯が形成される過程では局所化が進行していることになる(写真-1(a))。その状態からさらに対称性が減少し、どちらか一方のせん断帯に変形が集中することが2次分岐の発生であり(写真-1(b))、次のような分岐過程で表すことができる。

$$D_{2h} = \langle \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z \rangle \rightarrow \langle \sigma_z, \sigma_x\sigma_y \rangle \dots \dots \dots (5)$$

群論的分岐理論を用いて、 $G = \langle \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, t(l) \rangle \rightarrow D_{2h}$ の分岐過程と群 D_{2h} 以下の分岐法則を合わせる事により、図-1の法則に到達する。上で示した分岐経路(5)もこの図の一部に当てはまる。

3. 解析

実際の階層分岐による連続パターン変化を示すため、幅厚比10の薄い直方体領域について3次元解析を行う。有限要素法定式化はupdated Lagrangian法を用いて、弾塑性構成方程式としては、大ひずみ解析においても対称な接線剛性マトリクスが得られるように、相対 Kirchhoff 応力の Jaumann 速度による J_2 流れ則を用いた。そして塑性域では文献^{6),7)}と同様な硬化型の応力-ひずみ関係を仮定した。材料定数としてヤング係数 $E = 200(\text{GPa})$ 、ポアソン比 $\nu = 1/3$ である。有限要素としては8節点のアイソパラメトリック要素を用いて、volumetric ロッキングを回避するために選択型低減積分を用いた。引張力を与えても均一変形となるような境界条件を用いて、短部の軸方向変位が一樣となるように拘束した。解析の結果、図-2のような変形図が得られる。この図からも1次分岐により発生した対角せん断帯領域の一方に変形が集中し、2次分岐挙動が起きる様子が見て取れる。また、この変形は上記の引張試験と同様に次式のような分岐過程をたどったと考えられる。

$$G = \langle \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, t(l) \rangle \longrightarrow D_{2h} = \langle \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z \rangle, \longrightarrow \langle \sigma_z, \sigma_x\sigma_y \rangle, \dots \dots \dots (6)$$

4. 結論

本論文では一軸引張りが作用する直方体鋼供試体において、破断メカニズムを解明するための分岐階層構造を示した。階層的分岐は、不安定挙動の根源的なメカニズムとして認識することができる。ただし、群論的分岐理論は数学的に考え得る分岐コースを提示するので過剰のコースが考えられるが、実験や数値解析ではそれらの中から物理的に可能な分岐コースが示される。

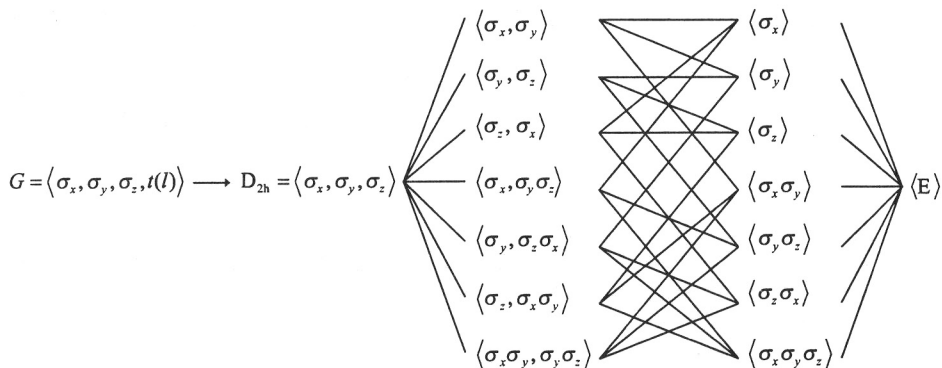


図-1 G-対称系の階層的分岐法則

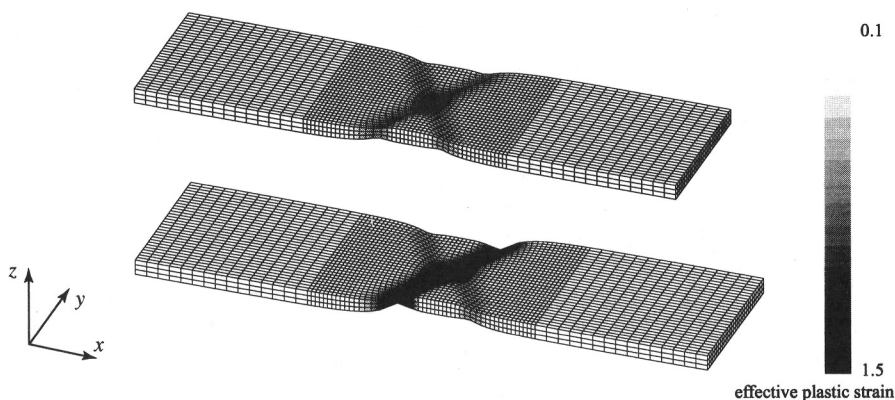


図-2 薄い直方体鋼供試体の引張変形

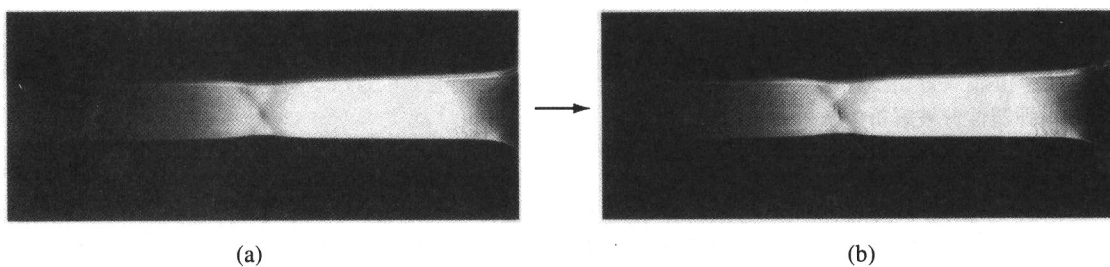


写真-1 薄鋼材の引張試験結果 (幅厚比: 10.4 ≈ 10)

参考文献

- 1) Hill, R. (1958) A General theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids. *J. Mech. Phys. Solids* **16**, 236-240.
- 2) Hill, R. and Hutchinson, J.W. (1975) Bifurcation phenomena in the plane tension test. *J. Mech. Phys. Solids* **23**, 239-264.
- 3) Golubitsky, M., Stewart, I. and Schaeffer, D.G. (1988) *Singularities and Groups in Bifurcation Theory 2*, Springer-Verlag, NY.
- 4) Ikeda, K. Murota, K. and Nakano, M. (1994) Echelon modes in uniform materials. *Int. J. Solids Structures* **31**, 2709-2733.
- 5) Murota, K., Ikeda, K. and Terada, K. (1999) Bifurcation mechanism underlying echelon mode formation. *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.* **170**(3-4), 423-448.
- 6) 川井謙一, 軸対称および平面ひずみ引張りに関するベンチマークテスト, 塑性と加工, 32(1991), 560-564.
- 7) 川井謙一, 平面応力引張りに関するベンチマークテスト, 塑性と加工, 32(1991), 553-559.