

V-61

均質化法による繊維強化複合材料の変形強度特性評価について

東北大学 学生員 ○西岡英俊
東北大学 学生員 欧陽立珠
東北大学 正 員 京谷孝史

1. はじめに

複合材料や岩盤などの非均質材料は微視的な内部構造のスケールと巨視的な全体構造のスケールの差が大きく、モデル化する際にはその内部構造の取り扱いが常に問題となる。本研究ではこのような非均質材料に対して均質化法を用い2段階スケールにおいて解析し、極限支持力解析により降伏強度まで評価する評価手法¹⁾について、非均質材料の典型例である繊維強化複合材料に適用してその妥当性を検討した。

2. 均質化法

非均質材料物体中の微視構造に周期性を仮定しその微視単位構造をユニットセルと呼ぶ。均質化法によれば物体の巨視的な変形特性である均質化弾性係数は次式で与えられる。

$$E_{ijkl}^H = \frac{1}{|Y|} \int_Y \left(E_{ijkl}(y) - E_{ijpq}(y) \frac{\partial \chi_p^{kl}(y)}{\partial y_q} \right) dY \quad (1)$$

式(1)中、 $E_{ijkl}(y)$ はユニットセル内の弾性係数の分布、 $\chi_p^{kl}(y)$ は特性変位関数と呼ばれ、ユニットセルに関する方程式

$$\int_Y E_{ijpq}(y) \frac{\partial \chi_p^{kl}}{\partial y_q} \frac{\partial v_i}{\partial y_j} dY = \int_Y E_{ijkl}(y) \frac{\partial v_i}{\partial y_j} dY \quad (2)$$

を解くことによって得られる。これを用いて、所与の境界条件のもとでつり合い式を解けば、物体中に作用する平均弾性応力分布 $\bar{\sigma}$ が得られる。さらに、微視的構造内部に分布する微視的局所応力の近似解が次の線形変換によって求められる。

$$\sigma_{ij}^0(y) = \left[E_{ijkl} - E_{ijpq} \frac{\partial \chi_p^{kl}}{\partial y_q} \right] \left(E^H \right)^{-1}_{klmn} \bar{\sigma}_{mn} \quad (3)$$

この微視的応力は、物体内部のある一点におけるユニットセルに作用する巨視的応力が $\bar{\sigma}_{mn}$ であるときに、ユニットセル内部の構成材料に直接的に作用する応力(図-1)を表す。

本評価手法では(2)式を有限要素法により解くためユニットセルとして決定した画像データを取り込み、そのまま1要素が1要素に対応する有限要素モデルを作成している。その際、要素連結節点データや節点座標データ、要素材料物性の識別がすべて自動的に行われる。

3. 巨視的降伏基準

(3)式左辺の微視的応力がユニットセル内部において構成材料の降伏基準に達すればユニットセルの降伏が始まると考えることができる。各種の材料実験から構成材料の降伏基準がVon-Mises型として特定されているとすれば、ユニットセルの降伏を規定する微視的応力に対する条件は

$$f(\sigma_{ij}^0) = \sqrt{\frac{1}{2} s_{ij}^0 s_{ij}^0} - K = 0 \quad (4)$$

である。求めるべき「巨視的降伏基準」は平均応力に対する基準 $\bar{f}(\bar{\sigma}_{ij}) = 0$ であり、空間座標に固定した形で表現する。

6次元空間に単位球を考え、そこに均等に分布する単位大きさの平均応力ベクトル $\bar{\sigma}_{ij}$ を考える。この単位応力に対して

$$\beta = \max \left\{ \beta' > 0 \mid f(\beta' \sigma_{ij}^0(y)) \leq 0, \forall y \in Y \right\} \quad (5)$$

のように、(3)式で与えられる微視的応力がユニットセル内で(4)式の構成材料の降伏基準以下になるような係数の最大値を求めると $\bar{\sigma}_{ij} = \beta \bar{\sigma}_{ij}^*$ が降伏時の平均応力を与える。こうして定められた6次元応力空間におけるこれらの点を通る二次曲面

$$\bar{f}(\{\bar{\sigma}\}) = \{\bar{\sigma}\}^T [A] \{\bar{\sigma}\} + \{b\}^T \{\bar{\sigma}\} - 1 = 0 \quad (6)$$

を最小二乗法で定めることにより巨視的降伏基準を得る。

このようにして得られた巨視的降伏基準は、周期構造が無限に連続する理想的な材料の降伏基準を表し、境界条件の影響を受けずに得られることが特徴である。

4. 極限支持力解析法

(6)式に得られた降伏基準を極限支持力解析法と結びつけ、所与の境界条件を有限要素モデル化し解析することで、実際の材料の降伏強度を評価することが可能になる。

弾完全塑性体に対して荷重を比例载荷荷する問題は、降伏関数を区分線形近似し、有限要素法による離散化を行うことによって「与えられた節点単位荷重ベクトル F とそれに対応する弾性応力分布ベクトル $\bar{\sigma}^e$ ($B^T \bar{\sigma}^e = F$)に対して線形制約条件

$$\begin{cases} N^T (\alpha \bar{\sigma}^e + \bar{\sigma}^r) - R \leq 0 \\ B^T \bar{\sigma}^r = 0 \end{cases} \quad (7)$$

のもとで、荷重係数 α を最大にする」線形計画問題となる。ここに、 N は区分的に線形近似した降伏面の外向き単位法線ベクトルから成るマトリックス、 R はそれらに至る距離、 B は有限要素モデルにおいて全要素応力ベクトル $\bar{\sigma}^e$ 、 $\bar{\sigma}^r$ と外荷重とのつり合い式を表すマトリックスである。

5. ユニットセルの決定

本評価手法では、それぞれの材料の形状、配置の周期性等を考慮し、ユニットセルの構造を与える画像情報を適切に決定することが本評価手法でもっとも注意しなければならない点である。

繊維強化複合材料を例に言えば、図-2のような材料断面に現れる繊維配置を微視的周期構造としてユニットセルにするのが適当であると考えられる。しかし実際には繊維の配置はランダムな配置であり、ある程度の範囲をとらなければ周期構造として材料を代表するユニットセルとはならない。またユニットセルを有限要素モデル化する際の要素分割数の違いによる数値解析上の誤差の影響も検討せねばならない。特に要素数が少ないときは繊維断面の円形が階段状に表現されるため数値誤差が大きくなることが予想される。そこで繊維強化複合材料断面の繊維配置を想定した画像データを多数作成して、解析を行いこれらの問題を検討した。

ユニットセル中に含まれる繊維本数と得られたせん断弾性係数の関係を図-3に示す。全てのモデルにおいて繊維1本あたりの要素数を一定として、要素分割による数値誤差に違いがないようにしている。せん断弾性係数は繊維数が少ないうちは入力画像によるばらつきが大きい、繊維数が約25本以上ではほぼ一定の値が得られる傾向がある。このことから繊維が25本程度含まれている領域をユニットセルとして与えれば、繊維がランダムに配置された材料を代表する微視周期構造を表すことができるといえる。

つぎに繊維を25本含む領域をユニットセルとして、その繊維1本あたりの要素分割数とせん断弾性係数の関係を図-4

に示した。せん断弾性係数は要素数が繊維 1 本あたりおよそ 800 から 1000 要素以上ではほぼ一定となる関係が得られた。このことから円形の繊維を表現するには、1000 要素程度の要素分割を行えば十分な精度の解析結果が得られることがわかった。

6. 繊維強化複合材料への適用

Boron - Epoxy 複合材料に対して本評価手法を適用し、式 (6) による巨視的降伏基準二次曲面を平面応力状態に変換して三次元応力空間に表示したものを図-5 に示した。また解析結果および実測値²⁾を表-1 に示した。図-5 の巨視的降伏基準二次曲面は非常に細長い楕円体を得られており、繊維軸方向に非常に強い強度を示す繊維強化複合材料の異方性を合理的に表した形状となっている。また表-1 では解析結果と実測値では同程度のオーダーの解析結果を得ることができた。これらの違いの原因は、実際には完全な周期構造ではない上、繊維と基質材料の剥離や初期欠陥などの現象が生じているのに対し、本評価手法では理想的な材料を想定し構成材料間の剥離や材料欠陥を考慮していない解析を行っているためと思われる。しかしながらユニットセル画像データと構成要素の変形強度特性のみからの解析結果としては十分な精度であるといえる。

参考文献

- 1) 欧陽立珠：均質化法と極限支持力解析を用いた不連続性岩盤安定解析システムの開発、東北大学工学部土木工学専攻修士論文、1998。
- 2) Stephen W.Tsai, H.Thomas Hahn著、藤井太一監訳：複合材料の強度解析と設計入門、日刊工業新聞社、1986。

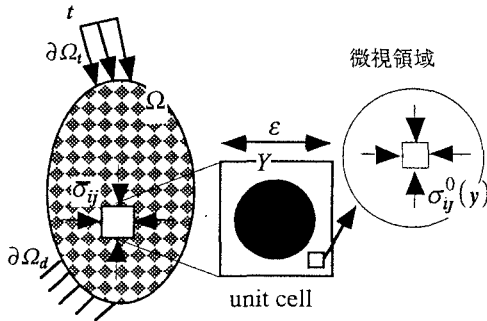


図-1 非均質材料のユニットセルと局所応力

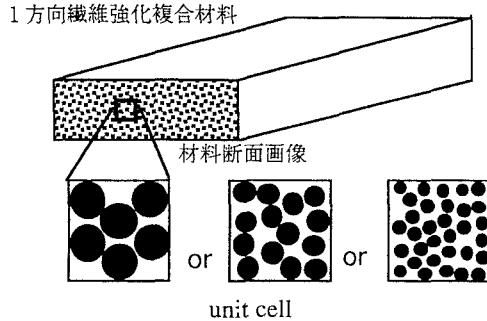


図-2 繊維強化複合材料のユニットセル

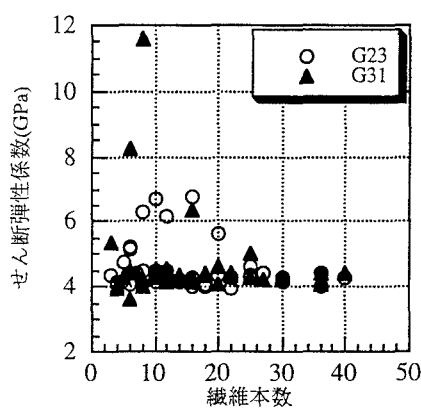


図-3 繊維本数とせん断弾性係数の関係

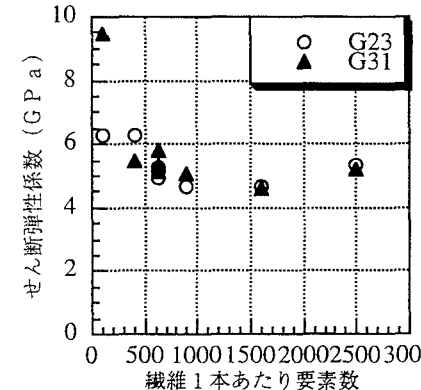


図-4 繊維 1 本あたりの要素数とせん断弾性係数の関係

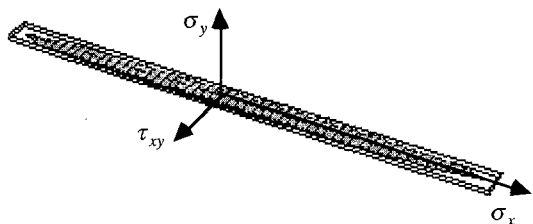


図-5 平面応力状態での巨視的破壊基準二次曲面

表-1 解析結果

	実測値	本手法
繊維方向ヤング率 (GPa)	206.7	206.6
横方向ヤング率 (GPa)	18.50	14.37
せん断弾性係数 (GPa)	14.58	5.255
ポアソン比	0.2548	0.2553
繊維方向引張強度 (GPa)	1.260	1.7001
横方向引張強度 (GPa)	0.0610	0.0428
せん断強度 (GPa)	0.0670	0.0116