

変位法によるP R C桁の構造解析

秋田大学 学生員 ○柿木原 幸 司
秋田県庁 正会員 松 塚 忠 政
秋田大学 フェロー 川 上 洵

1. まえがき

P R C桁は設計荷重下において許容値を超えないひび割れを許す構造である。本論文は、コンクリート構造物においてひび割れ発生前後の変位、断面力を剛性マトリックスにより明らかにするものである。

2. 解析理論

2.1 仮定

- 1) 断面は平面保持する。
- 2) ひび割れが生じた断面において引張域のコンクリートは無視する。
- 3) 軸力および応力は引張を正、曲げモーメントは部材下縁に引張応力を生じるものを正とする。

2.2 弾性解析

図-1より基準点から任意の距離 y におけるひずみは、 $\varepsilon_y = \varepsilon_0 + \psi y$

基準点 O に軸力 N 、曲げモーメント M が作用したときの軸ひずみ ε_0 と曲率 ψ は、

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \psi \end{Bmatrix} = \frac{1}{E(AI - B^2)} \begin{bmatrix} I & -B \\ -B & A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad \dots (1)$$

ここで、 A 、 B および I は換算断面諸量とする。

2.3 時間依存性応力

クリープ、乾燥収縮およびリラクセーションによるひずみ変化を拘束する軸力および曲げモーメントは式(2)のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix} = -\bar{E}_c \phi \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \psi \end{Bmatrix} - \bar{E}_c \varepsilon_{cs} \begin{bmatrix} A_c \\ B_c \end{bmatrix} + \Delta \bar{\sigma}_{pr} \begin{Bmatrix} A_{ps} \\ B_{ps} \end{Bmatrix} \quad \dots (2)$$

ここで、 ϕ はクリープ係数、 ε_{cs} は乾燥収縮ひずみ、 $\Delta \bar{\sigma}_{pr}$ は低減リラクセーション値、 $\bar{E}_c$ は材齢修正弾性係数、添字 c はコンクリート、 ps は P R C 鋼材を示す。

式(2)で求めた拘束力を逆向きに作用させることで式(3)のように変化分の軸ひずみ、曲率が求まる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_0 \\ \Delta \psi \end{Bmatrix} = \frac{1}{E(AI - B^2)} \begin{bmatrix} I & -B \\ -B & A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\Delta N \\ -\Delta M \end{Bmatrix} \quad \dots (3)$$

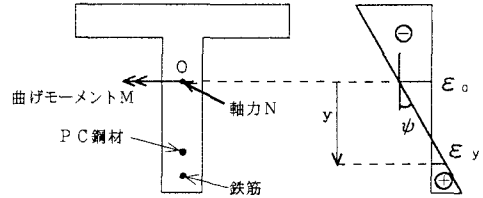


図-1 断面とひずみ分布

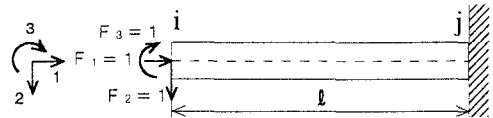


図-2 単位力が作用する片持ち梁

ここで、 $\bar{A}$ 、 $\bar{B}$ および $\bar{I}$ は材齢修正換算断面諸量とする。

2.4 剛性マトリックス

P R C 桁ではひび割れ発生前後で部材断面の剛性が変化するので、全断面有効（状態1）とコンクリートの引張域無視（状態2）の断面諸量を用い、テンションスティフニングを考慮した剛性マトリックスを求める必要がある。

図-2のように部材 $i-j$ を片持ち梁とし、自由端に単位荷重 $F_k = 1$ が作用したときの任意点における軸ひずみ、曲率を式(1)から求め、式(4)から任意点における平均軸ひずみ、平均曲率を求める。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{0k}(x) &= (1-\zeta) \varepsilon_{0k1}(x) + \zeta \varepsilon_{0k2}(x) \\ \psi_k(x) &= (1-\zeta) \psi_{k1}(x) + \zeta \psi_{k2}(x) \end{aligned} \quad \dots (4)$$

ただし、添字 k は図-2の力 F の添字を示し、添字1、2はそれぞれ状態1、状態2を示す。

ここで、 ζ はひび割れの程度を表す無次元の係数で、 $\zeta = 0$ は状態1、 $\zeta = 1$ は状態2に相当する。 $0 < \zeta < 1$ はひび割れが発生した状態を表し、式(5)で求められる。

$$\zeta = 1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{f_{ct}}{\sigma_{1max}} \right)^2 \quad \dots (5)$$

β_1 : 異形鉄筋の場合1、普通鉄筋の場合0.5

β_2 : 処女載荷の場合1、持続荷重あるいは繰り
返し荷重の場合0.5

f_{ct} : コンクリートの引張強度

σ_{max} : 状態1のNとMによる上縁または下縁
の最大引張応力

片持ち部材 $i-j$ のたわみ性マトリックスは式(6)
となり、各要素は式(7)により求められる。

$$[f] = \begin{bmatrix} f_{1,1} & f_{1,2} & f_{1,3} \\ f_{2,1} & f_{2,2} & f_{2,3} \\ f_{3,1} & f_{3,2} & f_{3,3} \end{bmatrix} \quad \dots (6)$$

$$\left. \begin{aligned} f_{1k} &= - \int_0^l \varepsilon_{ox}(x) dx \\ f_{2k} &= - \int_0^l \psi_k(x) x dx \\ f_{3k} &= \int_0^l \psi_k(x) dx \end{aligned} \right\} \quad \dots (7)$$

式(6)の逆マトリックスが、片持ち部材 $i-j$ の剛
性マトリックスとなり、釣合いおよび適合条件から
両端変位を拘束しない式(8)のような部材剛性方程
式を作成する。

$$\{F\} = [k] \{U\} + \{F_0\} \quad \dots (8)$$

ここで、 $\{F\}$: 節点力ベクトル

$[k]$: 剛性マトリックス

$\{U\}$: 変位ベクトル

$\{F_0\}$: 中間荷重等による荷重項

各部材方程式から構造全体の剛性方程式を作成
し、境界条件を考慮して解くと、節点変位および各
部材断面力が得られる。

2.5 ひび割れが発生した構造物の解析手順

- 1) 各部材に対し全断面有効で部材剛性方程式を
求め、全体剛性方程式を作成し、変位および
断面力を求める。
- 2) 1)の断面力より部材のひび割れを判定する。
- 3) ひび割れを考慮した剛性マトリックスを作成
する。
- 4) 1)の変位を片持ち梁の変位に変換する。
- 5) 各部材で平均軸ひずみ、平均曲率を用いて片
持ち梁の変位を計算する。
- 6) 4)と5)から変位差分を計算する。
- 7) 各部材ごとに変位差分による断面力を計算し、
その断面力を荷重項として部材剛性方程式を
作成する。

8) 7)で求めた部材剛性方程式から全体剛性方程
式を作成し、変位および断面力を求める。

以上1)から8)までを1サイクルとし、2サイクル目は
新しい断面力を用いて2)から始める。6)の変位差分ま
たは7)の断面力が“0”となるまで計算する。

3. 数値計算例

図-3のP R C梁に材齢 t_0 でプレストレス P_i と
自重 q を載荷する。クリープ、乾燥収縮およびリラ
クセーション終了後、材齢 t で活荷重 Q を載荷させ、
この時のたわみを計算する。ただし、鉄筋は異形鉄
筋を使用する。条件を以下に示す。

$E_c(t_0) = 24 \text{ GPa}$ $E_s = E_p = 200 \text{ GPa}$

$E_c(t) = 30 \text{ GPa}$ $f_{ct} = 2.5 \text{ MPa}$

材齢係数 0.8 クリープ係数 2.5

乾燥収縮ひずみ -200×10^{-6}

低減リラクセーション値 $\Delta \bar{\sigma}_{pr} = -85 \text{ MPa}$

鉄筋1本の面積 $A_{ns} = 1237.5 \text{ mm}^2$

P C鋼材の面積

$A_{ps} = 227.0 \text{ mm}^2$

プレストレス力

$P_i = 22.246 \text{ kN}$

荷重

$q = 4.41 \text{ kN/m}$

$Q = 35 \text{ kN}$

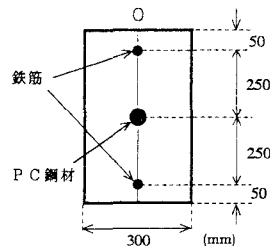


図-3 断面形状

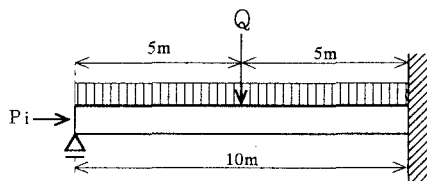


図-4 構造形状

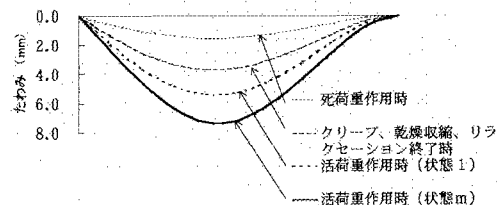


図-5 たわみ

参考文献

A.Ghali・R.Favre 著 (川上 洵・樫福 浄 他訳)

コンクリート構造物の応力と変形、技報堂出版、1995