

スペクトルの平滑化に用いるバンド幅の最適化に関する一考察

日本大学工学部 学 ○渡部敏晴, 八幡剛史

日本大学工学部 正 中村晋

1. はじめに

地盤や構造物に入力する地震動の周波数特性や構造系の周波数応答特性は、それら構造系の地震応答を支配する重要な因子であることはいうまでもないことである。それら構造系の周波数応答特性は、構造系内に設けられた幾つか地震観測点での観測記録のスペクトル比として評価され、モデル化された構造系の周波数応答特性との比較等に基づきモデル化の有効性や材料や部材の変形特性の同定などに用いられている。その際、解析モデルにより得られる構造系の周波数応答特性と地震記録に基づく周波数応答特性を定量的に比較が行われる。このことから、地震記録の周波数特性の推定精度が重要であることは明らかである。

一方、地震動は本来非定常特性を有する過渡現象である。しかし、その周波数特性は一般に継続時間 T の地震記録が無限に繰り返すつまり定常不規則過程と見なすことにより推定されている。その仮定に基づき周波数特性を推定する際、地震記録に対するトレンド除去などの事前処理とウィンドウによる平滑化などの事後処理が施される。後者は、FFT法等により推定された周波数特性の推定値の分散値の低減を目的として実施される。この誤差の低減は偏りの増加という誤差を生じることばよく知られている¹⁾。つまり、ウィンドウの平滑化処理、具体的には各種ウィンドウのバンド幅の設定を適切に行うことが、地震記録の周波数特性の推定精度を向上する上で重要となる。

本報告では、地震記録の周波数特性の推定精度の向上をはかることを目的とし、ウィンドウのバンド幅の最適値を推定する手法について検討を行った結果を示す。ここで対象とするウィンドウは、Parzen Windowである。

2. バンド幅の最適化手法

パワースペクトルの真の推定値 $G(f)$ と偏りや分散を有する推定量 $\hat{G}(f)$ の基準化自乗平均誤差 $\varepsilon^2(f)$ は、式(1)に示す様にスペクトル推定値の分散と偏りの自乗の和として与えられる¹⁾。ここで Be はバンド幅であり、従来周波数による一定値として定義される。式(1)に示す様に分散及び偏りに対してバンド幅は、相反する特性を有している。このことから、バンド幅は経験的に適当に設定するのではなく、合理的に評価することが必要となる。一方、そのバンド幅がスペクトルのピーク度(山の形状)に依存することから、当然周波数に依存すると考えられる。よって、バンド幅は周波数に依存するものとした。すると、最適なバンド幅は $\varepsilon^2(f)$ を最小化することと言い換えればバンド幅 $Be(f)$ に関する偏微分が0となる際の有意な値として求めることができる。得られたバンド幅は式(2)に示すとおりである。ここで、パワースペクトルの真の推定値 $G(f)$ の2階微分は式(3)より数値微分により求める。ここでその2階微分は、式(3)の5つの周波数に関する $G(f)$ とそのテーラー展開による2次の項との関係式として求めた。

一般に、スペクトルの真の推定を事前に推定することは不可能である。ここでは、スペクトルの一次推定値を真のスペクトル推定値と仮定した。それは、減衰定数が0%の地震動の速度応答スペクトル値はフーリエスペクトルに等しいとの関係に基づき、Nigamの方法により得られる減衰

$$\varepsilon^2(f) = \frac{E[(\hat{G}(f) - G(f))^2]}{G^2(f)} = \frac{1}{Be(f)T} + \frac{B_e^4(f)}{576} \left(\frac{G''(f)}{G(f)} \right)^2 \quad (1)$$

定数が0%の速度応答スペクトルの2乗値に等しいとした。

$$Be(f) = \left(\frac{144}{T \left(\frac{G''(f)}{G(f)} \right)^2} \right)^{0.2} \quad (2)$$

$$G''(f) = \frac{1}{\Delta f} \left\{ \frac{4}{3} G(f + \Delta f) + \frac{4}{3} G(f - \Delta f) - \frac{1}{12} G(f + 2\Delta f) - \frac{1}{12} G(f - 2\Delta f) - \frac{5}{2} G(f) \right\} \quad (3)$$

3. 解析結果

前章で示した手法を従来より設計用入力地震動として用いられているElcentro波(NS)、八戸波(1968年十勝沖地震-NS)、及び1995年兵庫県南部沖地震による神戸大学における観測波の3つに適用した。図-1に各地震記録のパワースペクトル(バンド幅 $Be=0.2\text{Hz}$)、図-2に推定されたバンド幅の周波数特性を示す。これより、地震記録また周波数毎に最適なバンド幅(Hz)は異なること、さらに従来用いられているバンド幅は、最適バンド幅のほぼ下限値に対応していることが分かる。次に、図-3に示すElcentro波(NS)のスペクトルのピーク値近傍のバンド幅と周期関係を図中波線の様

にモデル化し、従来のバンド幅を周期によらず0.2Hzとした場合と図-3の波線に示したように周期に依存するとした場合のバンド幅Beの推定値の比較を図-4に示す。これより、ここで提案した周波数依存最適バンド幅と従来のバンド幅により推定されたスペクトル値には有意な差が認められることが分かる。

4.あとかき

ここでは、スペクトル推定における誤差と偏りが最小となるようなバンド幅Beの評価方法を示し、3つの地震動に適用した。その結果、ここで示した手法は、スペクトル推定におけるバンド幅の評価に有意な情報を与えることが分った。

参考文献 1)J.S.Pendat and A.G. Piersol,Random Data,Wiley-Interscience,1986

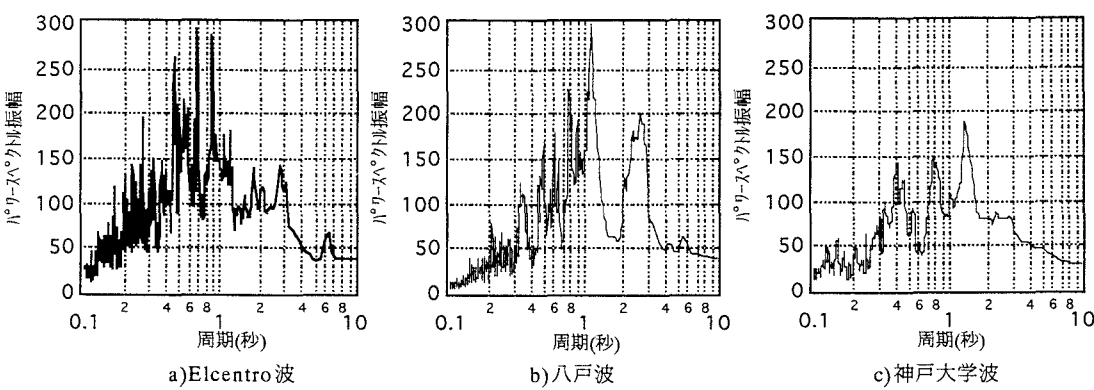


図-2 地震記録に応じたバンド幅(Be=0.2Hz)

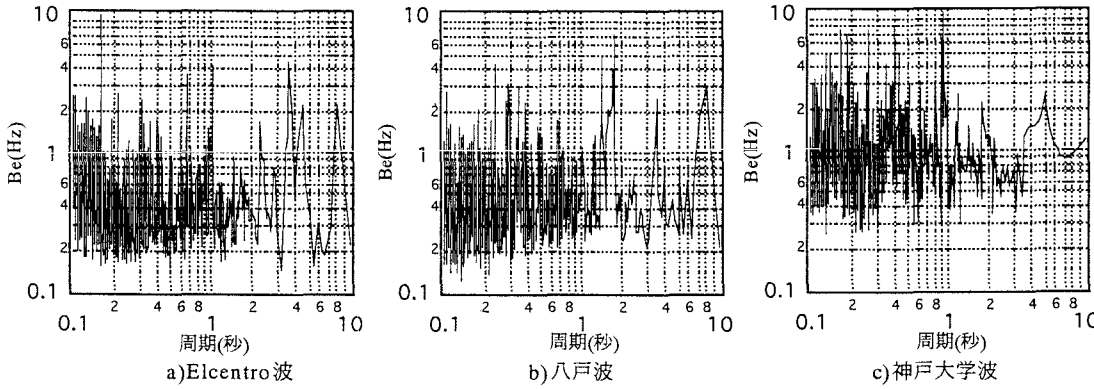


図-2 地震記録に応じたバンド幅の周波数特性

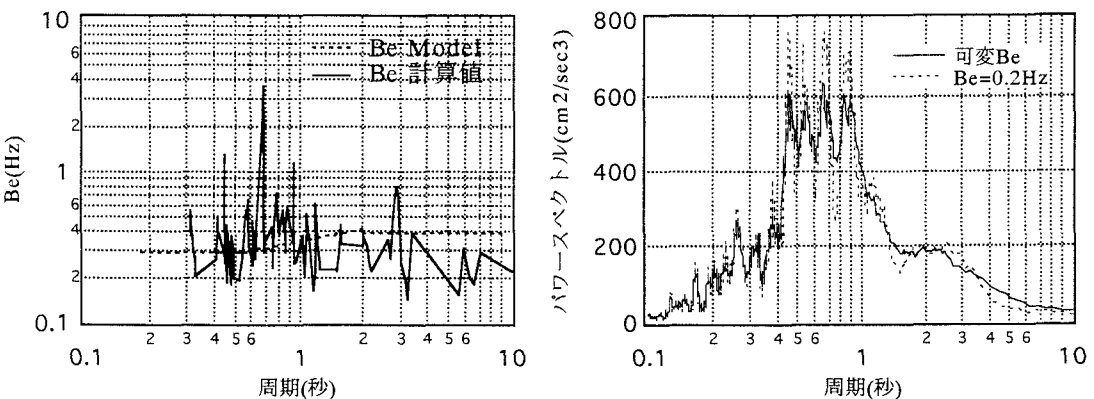


図-3 バンド幅の周波数特性のモデル化(Elcentro波) 図-4 バンド幅モデルに応じたバンド幅Beの比較(Elcentro波)