

Ⅲ - 9

脆性材料の損傷力学モデルの構成に関する研究

東北大学 学生員 ○林 直宏
東北大学 正員 岸野 佑次
東北大学 正員 京谷 孝史
東北大学 学生員 金子 賢治

1 はじめに

材料中に分布する微視き裂は材料損傷の原因になる。微視き裂の力学的効果を損傷量で表し、損傷材料の挙動（構成則）と損傷量の発展（発展則）を同時に把握できる損傷力学モデルが提案されている。それらのモデルの検証には材料の挙動を測りながら、同時にき裂の発展を観測できなければならない。粒状体シミュレーションでは材料の挙動とそのときのき裂の発生を把握することができる。

Dragon¹⁾は自由エネルギー関数を仮定して、そこから構成則と発展則を誘導している。ただし、関数形や誘導方法において独自の制約を設けている。本研究では粒状体シミュレーションを行い、その結果を利用して、具体的により一般的な損傷力学モデルに基づいて検証を行った。なお、本研究で用いる応力とひずみは圧縮を正とする。

2 損傷力学モデルの検証に用いた粒状体シミュレーション解析法

損傷力学において損傷の程度を損傷変数で表わされる。Dragonは損傷変数を2階のテンソルで以下のように仮定している。材料中のある微視領域に含まれる微視き裂のうちj番目のき裂面の単位法線ベクトルを $\mathbf{n}_j$ (図-1-a)、き裂が発生したことにより増加した表面積を $d(s)_j$ とする。損傷テンソル $\mathbf{D}$ は次式で表される。

$$\mathbf{D} = \sum_j d(s)_j (\mathbf{n}_j \otimes \mathbf{n}_j) \quad (1)$$

粒状体シミュレーションにおいて、2粒子間を伝わる引張力が粒子間の結合力をこえると2粒子は離れる。離れた2粒子間にき裂が入るものとする。損傷テンソル $\mathbf{D}$ 以下のように決定する。

$$\mathbf{D} = \sum_j \frac{1}{k_{\max}} (\mathbf{n}_j \otimes \mathbf{n}_j) \quad (2)$$

$k_{\max}$ は初期接状態における接触点数、 $\mathbf{n}_j$ はj番目に離れた2粒子の中心を結ぶ線の単位ベクトルとする(図-1-b)。粒状体シミュレーションを行えば損傷テンソル $\mathbf{D}$ は逐次求まる。

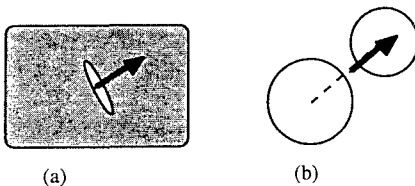


図-1 き裂面の法線ベクトル

一方、構成則の検証には境界の影響を最小に抑える制御をしなければならない。そこで本研究では図-2のように周期境界制御を用いて、領域があたかも周期的に無限に広がったものとみなした方法の解析を行うこととした。

3 自由エネルギー関数と構成則・発展則の誘導

Kachanov²⁾によれば、自由エネルギーは損傷テンソルの線形関数である。このことから自由エネルギーは次式のように表される。

$$w = g\varepsilon_{ij}D_{ij} + \frac{1}{2}\lambda\varepsilon_{ii}\varepsilon_{jj} + \mu\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij} + \alpha\varepsilon_{ii}\varepsilon_{jk}D_{jk} + 2\beta\varepsilon_{ij}\varepsilon_{jk}D_{ik} + a\varepsilon_{ii}D_{jj} + \frac{1}{2}b\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij}D_{kk} + \frac{1}{2}c\varepsilon_{ii}\varepsilon_{jj}D_{kk} \quad (3)$$

ここに、 λ 、 μ はLameの定数である。式(3)をひずみ ε で微分すると次の構成則が得られる。

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial w}{\partial \varepsilon_{ij}} = gD_{ij} + \lambda\delta_{ij}\varepsilon_{kk} + 2\mu\varepsilon_{ij} + \alpha[\delta_{ij}\varepsilon_{kl}D_{kl} + \varepsilon_{kk}D_{ij}] + 2\beta(\varepsilon_{ik}D_{jk} + \varepsilon_{jk}D_{ik}) + a\delta_{ij}D_{kk} + b\varepsilon_{ij}D_{kk} + c\delta_{ij}\varepsilon_{kk}D_{ll} \quad (4)$$

式(3)を損傷テンソル $\mathbf{D}$ で微分すると次のエネルギー解放速度 F^D が求まる。

$$F_{ij}^D = -\frac{\partial w}{\partial D_{ij}} = -g\varepsilon_{ij} - \alpha\varepsilon_{kk}\varepsilon_{ij} - 2\beta\varepsilon_{ik}\varepsilon_{jk} - a\delta_{ij}\varepsilon_{kk} - \frac{1}{2}b\delta_{ij}\varepsilon_{kl}\varepsilon_{kl} - \frac{1}{2}c\delta_{ij}\varepsilon_{kk}\varepsilon_{ll} \quad (5)$$

このエネルギー解放速度 F^D は損傷テンソル $\mathbf{D}$ を発展させる力とみなすことができる。損傷の発展は塑性論における塑性ひずみ増分の誘導方法を応用す

表-1 諸定数

粒子数	475(個)
粒径	0.05~0.15(cm)
バネ定数法線方向成分	1000(kgf/cm)
バネ定数接線方向成分	700(kgf/cm)
粒子間摩擦角	45(°)
平均粒子間結合力	5.0(kgf)
初期拘束圧	10.0(kgf/cm ²)

る。 F^D 空間に損傷基準として凸局面 $f(F^D, D)=0$ を仮定する。塑性論における負荷関数と同じ考え方で、損傷を経験していない材料を載荷すると、 F^D が $f(F^D, D=0)=0$ に達したら初期損傷が起り、さらに F^D が載荷なら $f(F^D, D)=0$ を満たすように損傷テンソル D が發展するものとする。

4 具体的な構成則の誘導と損傷力学モデルの検証

粒状体シミュレーションに用いる諸定数を表-1に、解析モデルの初期状態を図-2に示す。この初期状態のひずみを0として図-3に示すひずみの方向(case1~case9)に(case1~case9)に載荷・除荷試験を行う。要素試験から、それぞれの載荷段階における (ϵ, σ, D) の組み合わせが得られる。 (ϵ, σ, D) の組み合わせから最小二乗法で式(3)の係数を決定する。逆に、得られた係数を式(3)に代入し、試験から得られた (ϵ, D) を使って応力 σ を求め、要素試験結果の応力 σ と比較する。たとえば、case6の載荷経路に関しては図-4になり、構成則は試験結果をよく表していることがわかる。

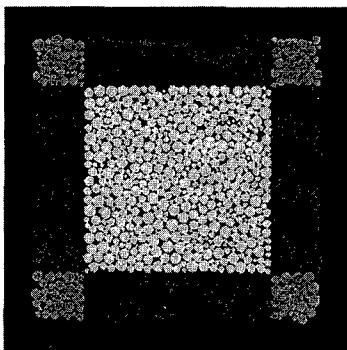


図-2 解析モデル

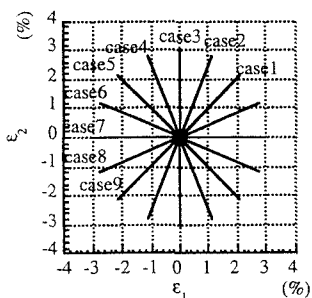


図-3 要素試験載荷経路

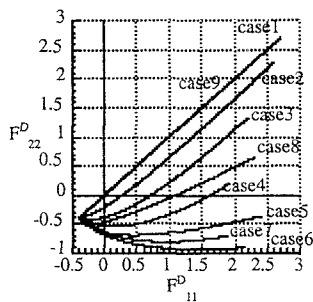


図-5 F^D 空間における載荷経路

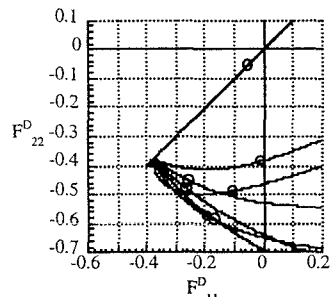


図-6 初期損傷発生点

次に、得られた係数を用いてそれぞれの載荷経路について式(5)より F^D を求め、 F^D 空間に表示すると図-5のようになる。同図より、等方圧縮と等方引っ張りに対応するcase1とcase9の経路は、 F^D 空間上において同じ直線になる。要素試験で実際に初期損傷の発生した点を F^D 空間にプロットすると図-6を得る。損傷が起らなかったcase1の F^D はcase9で損傷の起こった点を超えることができ、 F^D 空間上にDragonの理論にあるような損傷基準を決定することができない。損傷の發展メカニズムは F^D に対する塑性論的な取り扱いには馴染まないとも考えるので、今後、別の角度からの検討を必要とすると思われる。

5 終わりに

粒状体シミュレーションを行った結果、今回誘導した構成則はある程度材料の挙動を捉えているといえるが、發展則の考え方に関しては不適切であることがわかった。このように粒状体シミュレーションを行うと、損傷力学モデルに対して正確な検証ができると思われる。

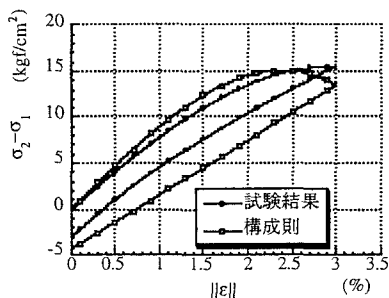


図-4 応力-ひずみ曲線の比較図(case6)

参考文献

- 1) A.Dragon, F.Cornery, T.Desoyer & D.Halm 1994 [in] Localised failutr analysis using damage models
- 2) Kachanov M. 1987.[in] Damage mechanics in Composites-Proc. ASME Ann. Meeting, ASME,99 -105