

III - 8

3次元粒状要素法の開発とその応用

東北大学 学生員 ○赤井澤裕幸
 東北大学 正 員 岸野 佑次
 東北大学 正 員 武 建勲

1. はじめに

粒状要素法は粒状体モデルの準静的な解析のために開発されたが、従来の解析は2次元に限定されていた。本文においては、粒状要素法を3次元に拡張し、その解析アルゴリズムの概要を示すとともに、応用として、粒状体モデルの3主応力下でのせん断載荷シミュレーションを行った例を示す。

2. 3次元粒状要素法

3次元粒状要素法の解析アルゴリズムの基本的な考え方は2次元の場合に準じる。

図-1のように着目する粒子Aとこれに接触する粒子Bとの接触点をC点とする。両粒子間の相対変位の法線、接線方向成分を u_n, u_ϕ, u_θ 、接触力の法線および接線方向成分を p_n, p_ϕ, p_θ と置くとき、相対変位増分ベクトルは次式で与えられる。

$$\Delta U_c = T_c \Delta X_G \quad (1)$$

$$\Delta U_c = (\Delta u_n, \Delta u_\phi, \Delta u_\theta)^t$$

$$\Delta X_G = (\Delta x, \Delta y, \Delta z, r\Delta\omega_x, r\Delta\omega_y, r\Delta\omega_z)^t$$

$$T_c = \begin{bmatrix} \cos\theta\sin\phi & \sin\theta\sin\phi & \cos\phi \\ \cos\theta\cos\phi & \sin\theta\cos\phi & -\sin\phi \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ -\cos\theta\cos\phi & -\sin\theta\cos\phi & \sin\phi \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここに、 ΔU_c は接触点の相対変位増分、 ΔX_G は粒子Aの変位・回転増分、 T_c は変換行列である。

さらに、接触力増分は次式で与えられる。

$$\Delta P_c = S_c \Delta U_c \quad (3)$$

$$\Delta P_c = (\Delta p_n, \Delta p_\phi, \Delta p_\theta)^t$$

$$S_c = \begin{bmatrix} k_n & 0 & 0 \\ 0 & k_t & 0 \\ 0 & 0 & k_t \end{bmatrix} \quad (4)$$

(k_n, k_t は、接線、法線方向のばね定数)

ここに、 ΔP_c は接触力増分、 S_c は接触点剛性行列である。A 粒子の不釣り合い力とモーメントは次式のよう表すことができる。

$$F_G = \sum_c T_c^t P_c - B \quad (5)$$

$$F_G = (f_x, f_y, f_z, m_x/r, m_y/r, m_z/r)^t$$

$$B = (b_x, b_y, b_z, 0, 0, 0)^t$$

ここに F_G は不釣り合い力とモーメント、 B は粒子重心に作用する物体力である。また、接触点における接触力増分と変位増分の関係は

$$\Delta P_c = S_c T_c \Delta X_G \quad (6)$$

と表される。したがって、ある粒子に関する全ての接触力による不釣り合い力増分は

$$\Delta F_G = S_G \Delta X_G \quad (7)$$

と表すことができる。ここに S_G はある粒子に関する接触剛性行列であり

$$S_G = \sum_c T_c^t S_c T_c \quad (8)$$

と表すことができる。 $\sum_c$ は全接触点に関する和である。

以上より全体剛性関係式

$$\Delta F = S \Delta X \quad (9)$$

を構成し、これをもとに Newton-Raphson 法などを応用して逐次解析により粒子集合体の平衡位置を見いだせばよい。この逐次計算の過程においては、Coulomb の摩擦則に支配される滑りや粒子間接触状態の変化が生じるので、 S を時々刻々修正する必要がある。

3. 簡単な規則配列パッキングに対する載荷試験

図-2 に示すような簡単な規則配列パッキングに対する載荷試験を行った。解析モデルは、半径が等しく表面の粗い14個の球要素であり、このうち8個は境界の制御を行うための境界粒子とし、残りの6個を内部粒子とする。

土倉の解析を参考に粒子の直径は $2 \times 10^{-2} \text{cm}$ 、粒子間摩擦角 ϕ_μ は 25° とした。また法線、接線方向のばね定数はそれぞれ、 $k_n = 1.422 \times 10^2 \text{kgf/cm}$ 、 $k_t = 9.954 \times 10 \text{kgf/cm}$ とした。重力は無視した。初期状態は等方圧縮状態とし、平均応力は 5kgf/cm^2 と定めた。式(12)で定義される μ_σ を -1 から 1 までの間でいくつかの値に固定し、平均応力 p は一定として、 σ_z を単調に増加させる応力制御せん断載荷シミュレーションを行った。応力増分は平均応力と比較して十分小さい 0.06kgf/cm^2 とした。

以下に解析に用いた記号の定義式を示す。

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (10)$$

$$\tau_{\text{oct}} = \sqrt{\frac{1}{3} \left\{ (\sigma_x - p)^2 + (\sigma_y - p)^2 + (\sigma_z - p)^2 + 2(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right\}} \quad (11)$$

$$\mu_\sigma = 2 \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sigma_z - \sigma_y} - 1 \quad (12)$$

$$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad (13)$$

$$\gamma_{\text{oct}} = \sqrt{\frac{1}{3} \left\{ \left(\varepsilon_x - \frac{\varepsilon_v}{3} \right)^2 + \left(\varepsilon_y - \frac{\varepsilon_v}{3} \right)^2 + \left(\varepsilon_z - \frac{\varepsilon_v}{3} \right)^2 + \frac{1}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2) \right\}} \quad (14)$$

図-3 に解析結果を示す。グラフの縦軸の応力比は τ_{oct}/p 、横軸の八面体せん断ひずみは γ_{oct} を表す。初めは直線になるが、要素間の接触点において滑りが発生すると直線が折れ曲がる。曲線が数カ所で折れ曲がっているのは、滑りが数回に分かれて発生しているためであると思われる。また、経路によってグラフが途中で終わっているのは、計算が収束しない不安定部分を除いたためである。

4. ランダムなパッキングを用いた載荷シミュレーション解析

粒子数 141 個のランダムなパッキングを用いた載荷シミュレーションを行った。内部粒子数は 33 個である。粒子の直径は 0.4~0.8cm、粒子間摩擦角 ϕ_μ は 27° とした。また、法線、接線方向のばね定数はそれぞれ、 $k_n=1000\text{kgf/cm}$ 、 $k_t=700\text{kgf/cm}$ とした。初期状態は等方圧縮状態とし、平均応力は 2kgf/cm^2 とした。解析は応力制御で行い、側圧 σ_x 、 σ_y を一定に保ち、 σ_z を単調に増加させた。応力増分は 0.006kgf/cm^2 とした。

図-4、図-5 に解析結果を示す。図-4 のグラフの縦軸は σ_z 、横軸は八面体せん断ひずみ γ_{oct} である。滑りが生じる点で折れ曲がっているが、これは粒子数が少ない場合には滑りが生じる接触点が少なくなり、また応力 σ_z がある一定の値になったときに一斉に滑るためであると思われる。図-5 には、 σ_z とひずみ ε_x 、 ε_y 、 ε_z の関係を示す。ひずみは圧縮を正とする。本来は、 σ_z を単調に増加させているので、

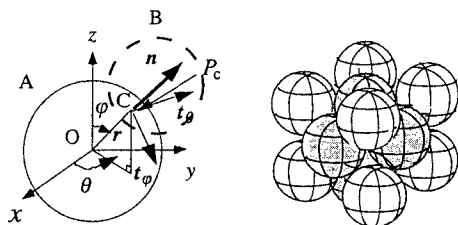


図-1 接触点と座標軸 図-2 規則配列パッキングの解析モデル

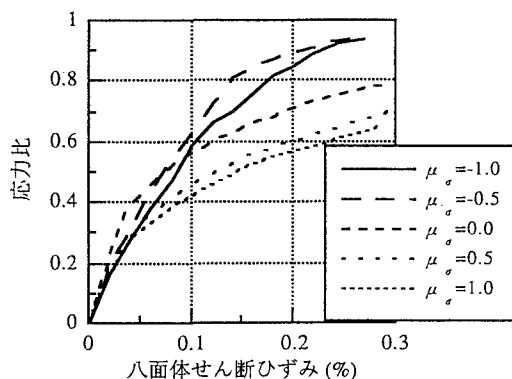


図-3 応力-ひずみ関係 (規則配列)

ε_z が正の値、 ε_x と ε_y が負の値となるはずであるが、 ε_x は正の値となっている。これは、解析に用いたランダムなパッキングのモデルの構造に異方性が生じており、3 方向が極端に弱い構造となっているためであると思われる。また、パッキングが比較的ゆるめであるためせん断に伴って圧縮変形が起こり、圧縮軸以外の方向にも圧縮ひずみが生じたと考えられる。

5. まとめ

本文に示したように、本解析法は規則配列のみならずランダムなパッキングの粒状体モデルの解析有効であることがわかった。今後、本方法を 3 次元粒状体の構成則の検討などに应用したいと考えている。

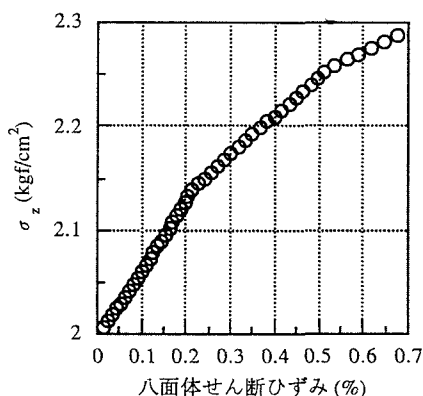


図-4 応力-ひずみ関係 (ランダムパッキング)

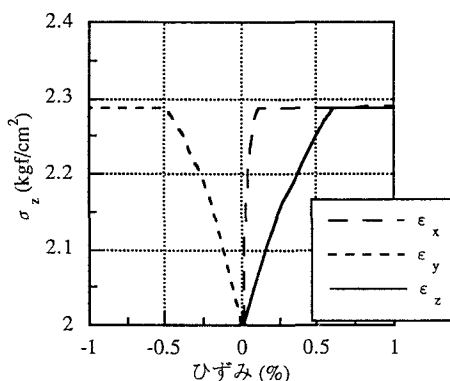


図-5 応力-ひずみ関係 (ランダムパッキング)

<参考文献>

- 1) 岸野佑次：新しいシミュレーション法を用いた粒状体の準静的挙動の解析，土木学会論文集，No.406/III-11，1989.6
- 2) 土倉泰・岸野佑次・佐武正雄：粒状要素法による粒状体の 3 次元変形機構の解析，土木学会論文集，No.436/III-16，pp.111-120，1991.9