

Ⅲ－6

供試体の分岐変形モードと寸法・形状効果

○東北大学工学部 学生員 鈴木 英明
 東北大学工学部 学生員 山川 優樹
 東北大学工学部 正会員 須藤 良清

1. 序論

材料の強度試験では、供試体を均質として見なし、荷重 - 変位関係や最大荷重だけを情報源として材料特性を把握することが広く行われている。しかし実際には供試体は、荷重のピークを迎える前から内部で変形その他の局所化が進行し、ピーク後の荷重不安定が続く間に滑り線の発生、破断等により全体の破壊に至る、というプロセスを経て供試体は破壊する。

このような材料の破壊現象は、幾何学的非線形性と材料非線形性の両者が重なり合った複雑な現象であると認識すべきであるが、破壊プロセスにおいてそれら各々の寄与分を予測するのは困難な問題である。特に、軟化や滑り線の発生などは構成モデルのレベルで材料非線形形だけで説明しようとする傾向がある。しかし、座屈という幾何学的非線形現象が線形弾性体でも生じることを考えると、材料非線形性だけで、軟化・破壊挙動を説明することは不十分であると言える。

この考えに基づき、材料の破壊現象に幾何学的非線形性の及ぼす影響の程度を調べるため、豊浦砂の三軸圧縮試験を供試体の直径あるいは高さを各々変化させて行うことにより、発現する分岐変形モード、強度、分岐荷重に対する供試体形状依存性についての考察を行った。

2. 分岐点探査法

完全系の安定な主経路上の最初の単純対称分岐点 (P_c^0, u_c^0) を考える。上付添字 (0) は完全系、下付添字 (c) は特異点での値をそれぞれ示す。この近傍での分岐方程式は、

$$\left| \delta u - \frac{\delta P}{E} \right|^{1/2} \delta P + p \left| \delta u - \frac{\delta P}{E} \right|^{3/2} + q\varepsilon + h.o.t = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

と与えられる^{1),2)}。ここで、 p と q は分岐方程式の展開係数をスケーリングした定数であり、 E は完全系の主経路の傾きを表す定数である。変位と荷重という 2 つの物理量の間の漸近則は次のように導かれる。

$$\delta P_c = -\gamma^* \delta u_{|h} + h.o.t \quad , \quad \gamma^* = \frac{3}{2^{2/3}} \left[p \left(1 + \frac{h}{E} \right) \right]^{1/3} \left[-h + p \left(1 + \frac{h}{E} \right) \right]^{2/3} \quad \dots\dots\dots (2)$$

同符号の異なる勾配 $-h_i$ ($i = 1, \dots$) をもつ分岐点 (u_c^0, P_c^0) を通る複数の直線について考える。この時、勾配 h_i, h_j の直線について式 (2) の両辺の比をとると、

$$\frac{\delta u_{|h_i}}{\delta u_{|h_j}} = \frac{\gamma_j^*}{\gamma_i^*} = \frac{\left(1 + \frac{h_j}{E} \right)^{1/3} \left[-h_j + p \left(1 + \frac{h_j}{E} \right) \right]^{2/3}}{\left(1 + \frac{h_i}{E} \right)^{1/3} \left[-h_i + p \left(1 + \frac{h_i}{E} \right) \right]^{2/3}} \quad \dots\dots\dots (3)$$

となる。異なる勾配 h を持つ複数の直線を下ろせば、それぞれに対する $\delta u_{|h}$ から式 (2) と式 (3) により、 p, q, E が求まる。ここで、分岐点を通る別の勾配の直線の組を用いてもパラメータ p', q', E' が得られ、これは先に求めたパラメータとそれぞれ一致する。ところが、分岐点を通らない直線の組から求めると、これらは一致しない。この性質を用いてこれらの一致の程度を分散によって評価し、分散が小さくなる点に分岐点であると考えることができる。

3. 実験方法

実験は豊浦砂の圧密排水試験で、軸ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_a = 0.25 \text{ \%}/\text{min}$ 、側圧 $\sigma_3 = 1.0 \text{ kgf}/\text{cm}^2$ (セル圧 2.0, 背圧 1.0) で行った。供試体上下端面には lubrication layer を設置し、端面摩擦の影響の低減を図った。また、キャップの回転自由度は拘束して載荷した。相対密度は平均 75.7 % の比較的密な供試体である。実験で用いた供試体の寸法を表-1 に示す。

4. 実験値の解析及び考察

実験で得られた軸ひずみ - 軸差応力曲線に分岐点探査法を適用することにより、各供試体の分岐荷重を求めた。図-1 に求めた荷重 - 変位曲線と近似曲線の例を示す。

直径 $D = 5 \text{ cm}$ の供試体の、高さ H と先に求めた分岐荷重及び最大軸差応力の関係を図-2 に、高さ $H = 10 \text{ cm}$ の供試体の、直径 D と分岐荷重及び最大軸差応力の関係を図-3 に示す。図-2 より、直径が一

表-1 供試体の寸法

	高さ H (cm)	直径 D (cm)
1	10.0	3.5
2	10.0	5.0
3	10.0	7.0
4	5.0	5.0
5	7.5	5.0
6	12.5	5.0

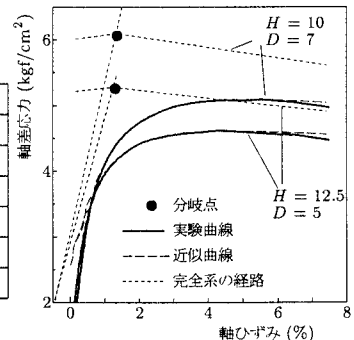


図-1 荷重 - 変位曲線の例

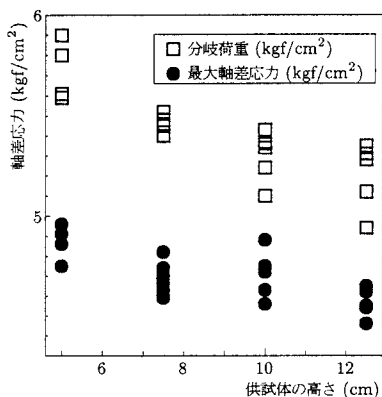


図-2 高さ H と分岐荷重, 最大軸差応力の関係

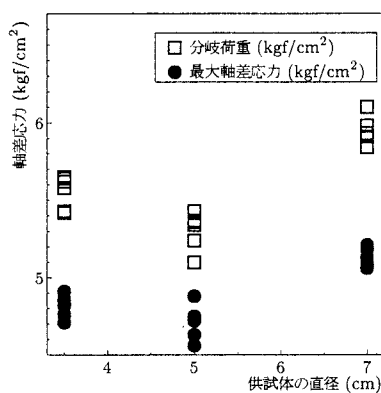


図-3 直径 D と分岐荷重, 最大軸差応力の関係

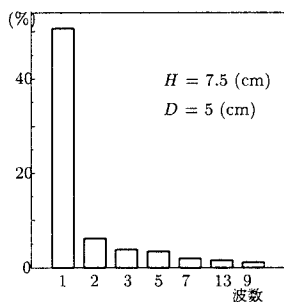


図-4-a 1 次モード

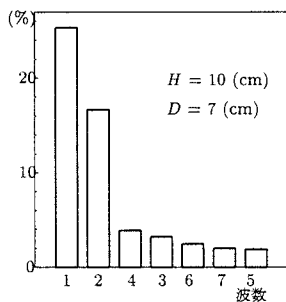


図-4-b 2 次モード

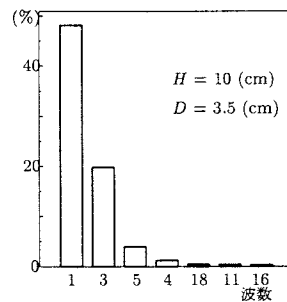


図-4-c 3 次モード

図-4 ヒストグラム

定であれば供試体の高さが高くなるにつれ, 分岐荷重, 最大軸差応力共に小さくなるのがわかる。同様に, 高さ一定のもとでは直径が大きい程強度が増すと考えられるが, 図-3 を見ると, $D = 5$ cm の供試体の強度が最も小さくなっている。この原因として, $D = 5$ cm のケースの相対密度が他のケースと比較して平均で 3 % 程度低くなってしまっていることが挙げられる。それを考慮すれば, 分岐荷重, 最大軸差応力は供試体の寸法・形状により規則的に変動すると言える。

また, 分岐後の供試体の側面形状を写真で記録したものを Fourier 変換し, スペクトル分解して分岐変形モードを求めた。図-4 に供試体側面形状から得たヒストグラムの例を示す。供試体は内部が密で窪まないため, すべての供試体で 1 次モードが最も強く表れたため, 2 番目に強く表れたモードを分岐変形モードとした。また, 1 次以外に突出したモードが表れない場合を 1 次モードとした。供試体の寸法・形状が分岐変形モードに及ぼす影響を調べるため, 供試体形状比 H/D と発現したモード, 最大軸差応力との関係を図-5 に示した。図-5 より, H/D の値が大きいか, より高次のモードが表れることがわかる。

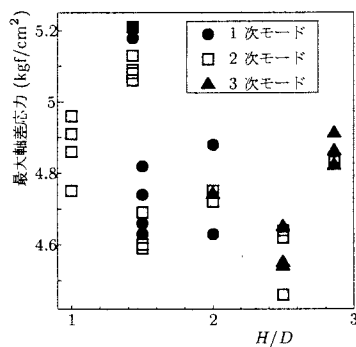


図-5 分岐変形モード

5. 結論

豊浦砂の三軸圧縮試験の結果の解析で, 供試体の高さが低い程, また, 直径が大きい程強度が増すことが確認できた。更に, 供試体の寸法・形状により分岐変形モードが異なることがわかった。このように, 材料の軟化・破壊現象は, 材料物性だけによるものとしてではなく, 供試体の寸法・形状や変形・破壊モードの影響も考慮にいれる必要があることがわかる。

参考文献

- 1) Ikeda, K. and Murota, K.: Recursive bifurcation as sources of complexity in soil shearing behavior, *Soils and Foundations*, Vol. 37, No. 3, pp. 17-29, 1997.
- 2) Ikeda, K., Murota, K., Yamakawa, Y. and Yanagisawa, E.: Mode switching and recursive bifurcation in granular materials, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 45, No. 11/12, pp. 1929-1953, 1997.