

衝撃内圧を受ける厚肉管の弾・塑性変形に関する研究

東北学院大学工学部 学生員 ○千坂 孝

東北学院大学工学部 正員 河野 幸夫

東北学院大学工学部機械工学科教授 佐藤 裕久

1. 目的

平面歪み状態での衝撃内圧による円筒の張出しについて、半径方向、円周方向、軸方向の応力分布および半径方向、円周方向の歪みの分布をひずみ増分論（応力と塑性ひずみ増分を対応させた方程式を用いる理論）により数値解析する。

また、そのプログラムよりさまざまな材料の応力-ひずみ曲線を比較、検討する。

2. 基礎式とその解析方法

2-1 ひずみ速度およびひずみの定義式

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{\partial \dot{u}}{\partial r} \quad \dot{\varepsilon}_\theta = \frac{\dot{u}}{r}$$

ここで、 ε_r は半径方向対数歪み、 ε_θ は円周方向対数歪み、 u は変位、 r は変形後の円筒の半径、 $\cdot$ は時間微分である。

2-2 物質点の運動方程式

$$\frac{\gamma}{g} \ddot{u} = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r + \sigma_\theta}{r}$$

ここで、 σ_r は半径方向応力、 σ_θ は円周方向応力、 γ は物質点の重量、 g は重力加速度である。

2-3 応力とひずみの関係式

塑性変形については Prandtl-Reuss の式とひずみ硬化説（ n 乗硬化則）から成り立ち、弾性変形については Hooke の法則が成り立つとする。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t} &= A \frac{\partial \sigma_r}{\partial t} + B \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial t} + C \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} \\ \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial t} &= B \frac{\partial \sigma_r}{\partial t} + D \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial t} + G \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} = C \frac{\partial \sigma_r}{\partial t} + G \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial t} + F \frac{\partial \sigma_z}{\partial t}$$

となる。ただし、

$$A = \frac{1}{E} + S'(\sigma_r')^2, \quad B = -\frac{\nu}{E} + S'\sigma_r'\sigma_\theta'$$

$$C = -\frac{\nu}{E} + S'\sigma_z'\sigma_r', \quad D = \frac{1}{E} + S'(\sigma_\theta')^2$$

$$F = \frac{1}{E} + S'(\sigma_z')^2, \quad G = -\frac{\nu}{E} + S'\sigma_\theta'\sigma_z'$$

$$\text{ここで、} S' = \frac{9}{4n\sigma_g^3} \left(\frac{\sigma_g}{\sigma_g^*} \right)^{1/n}$$

σ_g^* 、 n は材料定数、 σ_g は有効応力、 $\sigma_r' = \sigma_r - \sigma_m$ 、 $\sigma_\theta' = \sigma_\theta - \sigma_m$ 、 $\sigma_z' = \sigma_z - \sigma_m$

$$\sigma_m = (\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z)/3$$

であり、有効応力が t の前段階より減少していれば $S' = 0$ とする。

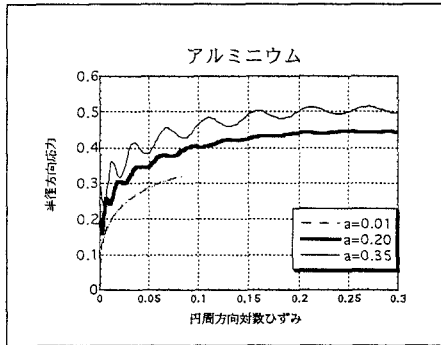
n 乗硬化則とは延性金属材料の大きなひずみ範囲の挙動を良く近似できるため用いられ以下のように表される。

$$\sigma_g = \sigma^* \left(\int_0^t \dot{\varepsilon}_g^p dt \right)^n$$

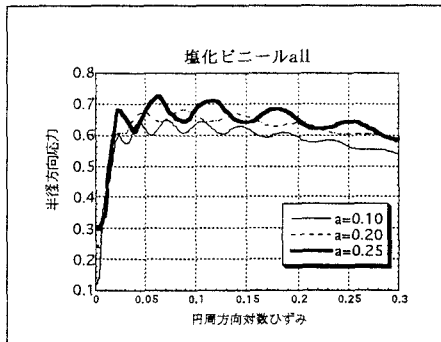
3. 結果と考察

外半径に対する内半径の比が 0.5 で材料定数 n, ν, E, F をアルミニウムはそれぞれ 0.27, 0.33, 69GPa, 158GPa、軟鋼はそれぞれ 0.24, 0.30, 206GPa, 730GPa、塩化ビニールはそれぞれ 0.065, 0.30, 4GPa, 49GPa、である円管を a をパラメータとして内壁における円周方向対数ひずみに対する半径方向応力のグラフについて考察すると、まず

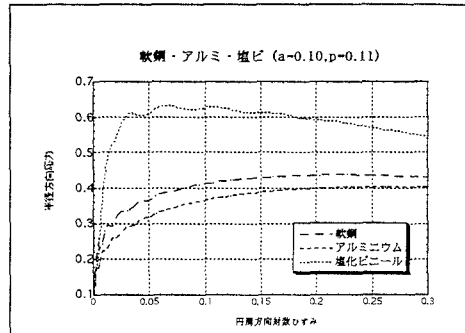
アルミニウムのポアソン比は 0.33 であるがこのプログラムでは計算できなかったため 0.11 で計算させた。その結果加速度 a が大きくなるほど振幅が大きくなった。加速度 a が 0.01 の準静的張出しではなめらかな曲線で表された。



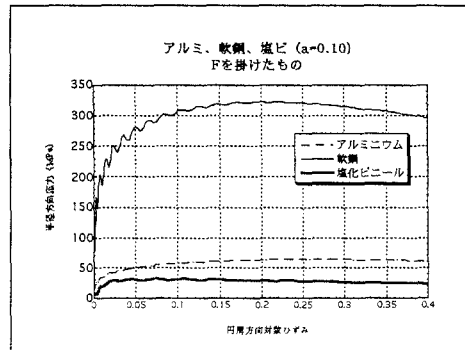
塩化ビニールも加速度が大きいほど振幅が大きくなったが、不規則な振幅だった。塩化ビニールは $a = 0.10 \sim 0.25$ まで計算できた。



この3つを比較するために、軟鋼と塩化ビニールのポアソン比を 0.11 に統一した。その結果塩化ビニールの曲線が一番大きくついで軟鋼、アルミニウムの順に小さな曲線となっていった。このような曲線になったのは、半径方向応力が無次元であったためと考えられる。



次にこのグラフの Y 軸の半径方向応力に塑性係数 F を掛けることにより次元化し、比較すると、軟鋼、アルミニウム、塩化ビニールの順に曲線が小さくなっていき納得のいく波形となった。



4. 結論

同一寸法で同一材質の円管であっても、 $\sigma_r - \epsilon\theta$ の関係は唯一には定まらない。

拡張加速度を大きくすると同一の $\epsilon\theta$ を生ずる σ_r の値は大きくなりかつ $\sigma_r - \epsilon\theta$ 曲線に重畳する振動の振幅が増大する。

この σ_r の振幅は応力波が円管の内・外壁で反射し、干渉する結果として現れていることがわかる。

塩化ビニールと軟鋼とアルミニウムを比較すると、塩化ビニール、軟鋼、アルミニウムという順に曲線ができあがった。これは引張強度 E 、塑性強度 F の大きさに関係しているといえる。