

II-18

斜め入射する斜面上の段波

秋田大学 学員○望月章宏

秋田大学 正員 松富英夫

岩手県立大学 正員 首藤伸夫

1. まえがき 日本海中部地震津波で初めて確認されたエッジ・ボアの研究の必要性が強く指摘¹⁾されて久しい。エッジ・ボアは通常の段波に比べて、水面勾配がきつく、波力が大きくなり²⁾、防災上問題となり得るからである。水面勾配の増大には波峰方向の運動量や底面からの反射などが関係していると思われる。そこで、本研究は、第一段階として斜め入射する斜面上の段波の近似支配方程式を導き、数値的に解いて、その伝播特性を検討するものである。

2. 理論 対象地形、座標系と段波モデルにおける諸量の定義を図-1と2に示す。近似支配方程式は検査領域（コントロール・ボリューム）を固定した方法で導く。微小時間 Δt における質量の保存式、伝播方向と波峰方向の運動量保存式は各々次式となる。ただし、段波下流（伝播方向）側は静水状態とする。

質量保存式：

$$\begin{aligned} & \rho b (h_s + h_d) u \Delta t / 2 - \rho b (h_s + h_d - h_{os} - h_{od} - 4a \tan \gamma) \xi \Delta t / 2 \\ & \quad \text{x 方向の流入量} \quad \text{x 方向の流出量} \\ & + \rho a (2h_s - a \tan \gamma) v \Delta t / 2 - \rho a (2h_s - a \tan \gamma) v \Delta t / 2 \\ & \quad \text{y 方向の流入量} \quad \text{y 方向の流出量} \\ & = dM / dt \cdot \Delta t \quad (1) \\ & \quad \text{変化量} \end{aligned}$$

伝播方向の運動量保存式：

$$\begin{aligned} & \rho b (h_s + h_d) u^2 \Delta t / 2 - \rho b (h_s + h_d - h_{os} - h_{od} - 4a \tan \gamma) \xi u \Delta t / 2 \\ & \quad \text{x 方向の流入量} \quad \text{x 方向の流出量} \\ & + \rho a (2h_s - a \tan \gamma) uv \Delta t / 2 - \rho a (2h_s - a \tan \gamma) uv \Delta t / 2 \\ & \quad \text{y 方向の流入量} \quad \text{y 方向の流出量} \\ & + \rho g b (h_s^2 + h_s h_d + h_d^2) \Delta t / 6 \\ & \quad \text{x の正方向静水圧} \\ & - \rho g b (h_{os}^2 + h_{os} b \tan \beta + b^2 \tan^2 \beta / 3) \Delta t / 2 \\ & \quad \text{x の負方向静水圧} \\ & - \rho g a b \tan \gamma (h_s + h_d - a \tan \gamma) \Delta t / 2 \\ & \quad \text{底面反力} \\ & - \rho g a b \tan \gamma (h_{os} + h_{od} + a \tan \gamma) \Delta t / 2 \\ & \quad \text{底面反力} \\ & = \rho b (h_{os} + h_{od} + 2a \tan \gamma) \xi u \Delta t / 2 + dP / dt \cdot \Delta t \\ & \quad \text{検査領域での変化量} \quad \text{変化量} \quad (2) \end{aligned}$$

波峰方向の運動量保存式：

$$\begin{aligned} & \rho a (2h_s - a \tan \gamma) v^2 \Delta t / 2 - \rho a (2h_s - a \tan \gamma) v^2 \Delta t / 2 \\ & \quad \text{y 方向の流入量} \quad \text{y 方向の流出量} \\ & + \rho b (h_s + h_d) uv \Delta t / 2 - \rho b (h_s + h_d - h_{os} - h_{od} - 4a \tan \gamma) \xi v \Delta t / 2 \\ & \quad \text{x 方向の流入量} \quad \text{x 方向の流出量} \\ & + \rho g a (h_s^2 - h_s a \tan \gamma + a^2 \tan^2 \gamma / 3) \Delta t / 2 \\ & \quad \text{y の正方向静水圧} \\ & + \rho g a (h_{os}^2 + h_{os} a \tan \gamma + a^2 \tan^2 \gamma / 3) \Delta t / 2 \\ & \quad \text{y の正方向静水圧} \end{aligned}$$

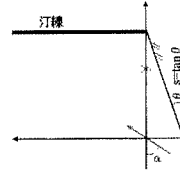


図-1 対象地形

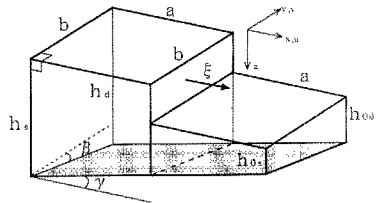


図-2 段波モデル

$$\begin{aligned} & - \rho g a (h_s^2 - h_s a \tan \gamma + a^2 \tan^2 \gamma / 3) \Delta t / 2 \\ & \quad \text{y の負方向静水圧} \\ & - \rho g a (h_{os}^2 + h_{os} a \tan \gamma + a^2 \tan^2 \gamma / 3) \Delta t / 2 \\ & \quad \text{y の負方向静水圧} \\ & + \rho g a b \tan \beta (h_s + h_d - a \tan \gamma) \Delta t / 2 \\ & \quad \text{底面反力} \\ & + \rho g a b \tan \beta (h_{os} + h_{od} + a \tan \gamma) \Delta t / 2 \\ & \quad \text{底面反力} \\ & = \rho b (h_{os} + h_{od} + 2a \tan \gamma) \xi v \Delta t / 2 + dQ / dt \cdot \Delta t \\ & \quad \text{検査領域での変化量} \quad \text{変化量} \quad (3) \end{aligned}$$

ここで、 M 、 P 、 Q は各々段波上流側の検査領域での質量、伝播方向の運動量、波峰方向の運動量、 ρ は海水の密度、 a と b は検査領域の長さ（半値）と幅、 h_s と h_d は検査領域後端での陸側と海側の全水深、 h_{os} と h_{od} は検査領域先端での陸側と海側の静水深、 u と v は伝播方向と波峰方向の流速、 ξ は段波の伝播速度、 g は重力加速度である。 $\tan \gamma$ と $\tan \beta$ は伝播方向と波峰方向の底面勾配で、対象地形の元々の底面勾配 $s (= \tan \theta)$ 、段波の入射角 α と次式の関係がある。

$$\tan \gamma = s \cdot \cos \alpha, \quad \tan \beta = s \cdot \sin \alpha \quad (4)$$

式(1)～(3)を整理すると、各々次式となる。

$$\begin{aligned} dM/dt = & \rho b (h_s + h_d) u / 2 - \rho b (h_s + h_d - 2h_{os} - b \tan \beta - 4a \tan \gamma) \xi / 2 \\ & + \rho a (h_s - h_d) v \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dP/dt = & \rho b (h_s + h_d) u^2 / 2 - \rho b (h_s + h_d - 2a \tan \gamma) \xi u / 2 \\ & + \rho a (h_s - h_d) uv + \rho g b (h_s^2 + h_s h_d + h_d^2 - 3h_{os}^2 \\ & - 3h_{os} b \tan \beta - b^2 \tan^2 \beta) / 6 \\ & - \rho g a b \tan \gamma (h_s + h_d + h_d^2 + 2h_{os} + b \tan \beta) / 2 \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dQ/dt = & \rho a (h_s - h_d) v^2 - \rho b (h_s + h_d - 2a \tan \gamma) \dot{\xi} v / 2 \\ & + \rho b (h_s + h_d) uv / 2 + \rho g a (h_s - h_d) (h_s + h_d - a \tan \gamma) / 2 \\ & - \rho g a b \tan \beta (2h_{0s} + b \tan \beta + a \tan \gamma) / 2 \\ & + \rho g a b \tan \beta (h_s + h_d + 2h_{0s} + b \tan \beta) / 2 \end{aligned} \quad (7)$$

Vを段波上流側の検査領域の体積とすると、 $M = \rho V$ 、 $P = M u$ 、 $Q = M v$ の関係があるので、式(5)～(7)は次式となる。

$$\begin{aligned} dV/dt = & b (h_s + h_d) u / 2 - b (h_s + h_d - 2h_{0s} - b \tan \beta - 4a \tan \gamma) \dot{\xi} / 2 \\ & + a (h_s - h_d) v \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} du/dt = & \{ g (h_s^2 + h_s h_d + h_d^2 - 3h_{0s}^2 - 3h_{0s} b \tan \beta - b^2 \tan^2 \beta) \\ & - 3ga (h_s + h_d + 2h_{0s} + b \tan \beta) \tan \gamma - 3 (2h_{0s} + b \tan \beta \\ & + 2a \tan \gamma) \dot{\xi} u \} / 3a (h_s + h_d - a \tan \gamma) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} dv/dt = & \{ ga (h_s - h_d) (h_s + h_d - a \tan \gamma) + g a b \tan \beta (h_s + h_d \\ & - a \tan \gamma) - b (2h_{0s} + b \tan \beta + 2a \tan \gamma) \dot{\xi} v \} \\ & / ab (h_s + h_d - a \tan \gamma) \end{aligned} \quad (10)$$

ただし、 h_s と h_d 、Vの間には次式の関係がある。

$$h_s + h_d = 2V / ab + a \tan \gamma \quad (11)$$

Vが変化した時、 h_s と h_d は同量ずつ変化すると仮定すれば（本仮定の解決は今後の課題）、両者の差 $h_s - h_d (= \Delta h)$ は常に一定で、初期に与えられるものである。よって、式(11)とから h_s と h_d がVで表現され、未知量はV、 u 、 v 、 $\dot{\xi}$ の四つで、式が3本である。問題はまだ閉じていないが、数値的には解ける。本研究では式(8)～(10)を4次のRunge-Kutta法を用いて解くことにする。

3. 計算例

(1) 初期条件式 式(8)～(10)の左辺が零の場合を $\dot{\xi}$ 、 u 、 v の初期条件式とする。各々から次式を得る。

$$\dot{\xi} = \{ b (h_s + h_d) u + 2a (h_s - h_d) v \} / b (h_s + h_d - 2h_{0s} - b \tan \beta - 4a \tan \gamma) \quad (12)$$

$$\begin{aligned} u = & g \{ (h_s^2 + h_s h_d + h_d^2 - 3h_{0s}^2 - 3h_{0s} b \tan \beta - b^2 \tan^2 \beta) \\ & - 3a (h_s + h_d + 2h_{0s} + b \tan \beta) \tan \gamma \} / 3 (2h_{0s} + b \tan \beta \\ & + 2a \tan \gamma) \dot{\xi} \end{aligned} \quad (13)$$

$$v = ga \{ (h_s - h_d) (h_s + h_d - a \tan \gamma) + b \tan \beta (h_s + h_d - a \tan \gamma) \} / b (2h_{0s} + b \tan \beta + 2a \tan \gamma) \dot{\xi} \quad (14)$$

式(13)と(14)を式(12)に代入して $\dot{\xi}$ について解くと、

$$\begin{aligned} \dot{\xi}^2 = & [gb^2 (h_s + h_d) \{ (h_s^2 + h_s h_d + h_d^2 - 3h_{0s}^2 - 3h_{0s} b \tan \beta - b^2 \tan^2 \beta) \\ & - 3a (h_s + h_d + 2h_{0s} + b \tan \beta) \tan \gamma \} + 6ga^2 (h_s - h_d) \\ & \cdot \{ (h_s - h_d) (h_s + h_d - a \tan \gamma) + b \tan \beta (h_s + h_d - a \tan \gamma) \}] \\ & / 3b^2 (2h_{0s} + b \tan \beta + 2a \tan \gamma) (h_s + h_d - 2h_{0s} - b \tan \beta - 4a \tan \gamma) \end{aligned} \quad (15)$$

よって、初期の段波波高分布、すなわち h_s と h_d が与えられれば、式(15)・(14)・(13)から $\dot{\xi}$ 、 v 、 u が求まることになる。勿論、段波波高の分布が一様な場合は

$v = 0$ となり、波峰方向の運動量などは存在しない。

(2) 計算手順と条件 計算手順は次の通りである。

①底面勾配 s 、初期入射角 α_0 、検査領域の長さ a と幅 b 、段波波高分布、計算地点（2地点）を定める。

②2地点に対して、式(11)・(13)・(14)・(15)から初期の V_0 、 $\dot{\xi}_0$ 、 u_0 、 v_0 を求める。

③式(8)～(10)を解き、 Δt 後の V 、 u 、 v を求める。

④式(11)から Δt 後の h_s と h_d を求める（仮定から可能）。

⑤④と初期のものから、 h_s と h_d の平均を求める。

⑥ $dV/dt = (V - V_0) / \Delta t$ 、 $u = (u + u_0) / 2$ 、 $v = (v + v_0) / 2$ として、⑤で求めた平均の h_s と h_d を用いて、 $\Delta t / 2$ での $\dot{\xi}$ を式(8)から求める。

⑦2地点で、段波波面（波峰方向）に対して直角方向に、⑥の $\dot{\xi}$ を用いて $\dot{\xi} \Delta t$ だけ段波を進行させる。

⑧その2地点を結んだ方向と直角な方向が Δt 後の波向きとなる。

⑨線形外挿により、初期の $\dot{\xi}_0$ と⑥の $\dot{\xi}$ から、 Δt 後の $\dot{\xi}$ を求める。これで Δt 後の各値が求まったことになる。

⑩ Δt 後の各値を初期値として、②以下を繰り返す。

計算条件は $s = 1/100$ 、 $\alpha_0 = 60^\circ$ 、 $a = 9 \text{ m}$ 、 $b = 5 \text{ m}$ 、 $\Delta t = 0.1 \text{ s}$ と固定して、段波波高分布は4mの一様な場合（Case-1）と岸側地点の h_s 点で4m（静水深は5m）、沖側地点の h_d 点で3.5mの直線分布（Case-2）の2ケースとする。ただし、岸沖の2地点は10m離れているとする。

(3) 計算結果 図-3に計算結果を示す。図には点線で長波の伝播経路（Snellの法則）も示してある。図より、波に比べて、段波の方が直進性が強いことが判る。また、波峰方向の運動量により（Case-2、太実線）、波向きが大きく変化することも判る。

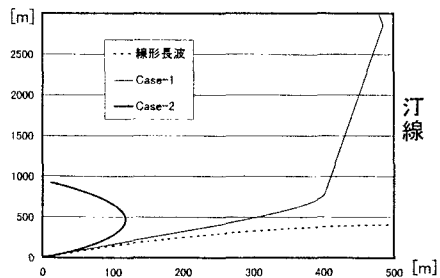


図-3 伝播経路の計算例

4. むすび 斜め入射する斜面上の段波の近似支配方程式を導いた。その近似数値解法も示し、段波の伝播に波峰方向の運動量などが重要な役割を果たすことを明らかにした。《文献》1) 首藤伸夫：第31回海講論文集，1984。2) 松富英夫：土木学会論文集，1988。