

II - 1

ガリ形成に及ぼす植生効果

 東北大学大学院工学研究科 学生員 ○山口 里実
 東北大学工学部 正会員 泉 典洋

1. はじめに

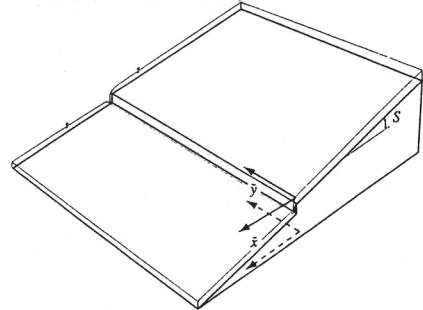
大地表面は降雨によって永続的な侵食を受けている。農地や都市の開発に伴う森林伐採によって、この地表の侵食は著しく増加するため、土壌侵食問題は益々深刻になりつつある。中国黄土高原(図-1)では長年の森林伐採のため土壌侵食が進み、中国内でも最も農業生産性の低い土地となっている¹⁾。地表には多くのガリが形成されている。このようなガリが一旦形成されると、流れと侵食の集中によって侵食量は飛躍的に増大する。土壌侵食を効率的に減少させるためには、ガリの形成メカニズムとそれに対する植生の効果を明らかにする必要がある。泉は線形安定解析を用い、このようなガリの初期形成間隔は限界水深の1000倍程度になると予測した²⁾。本研究では、この理論に植生の存在を考慮し、ガリ形成に対するその影響を明らかにする。



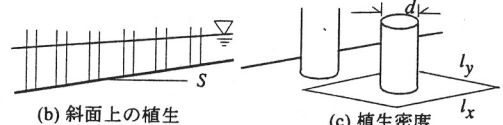
図-1 黄土高原

2. 植生を有する斜面

下流端に段差を有する一様勾配 S の斜面(図-2a)に植生が一様に存在する場合を考える(図-2b,c)。ここでは流量一定とする。斜面勾配は十分小さく段差より上流では常流となっている。段差や流れが横断方向に完全に一様であれば段差は一様に侵食され直線のまま上流側へ前進するが実際は流れと侵食の集中がある間隔で発生し、ガリが発生することになる。次節以降ではこの段差に対してサイン型の微小擾乱を与え、その発達率を調べる、いわゆる線形安定解析の手法を用いて擾乱の発達速度を波数の関数として求め、卓越波数を導く。



(a) 下流端に段差を有する斜面



(b) 斜面上の植生

(c) 植生密度

図-2 モデルの概念図

E は次のように無次元化された侵食速度である。

$$E(u^2 + v^2) = \begin{cases} (u^2 + v^2 - \theta)^{\gamma}, & u^2 + v^2 \geq \theta \\ 0, & u^2 + v^2 \leq \theta \end{cases} \quad (5a)$$

$$\theta = \bar{\tau}_{th} / \bar{\tau}_c \quad (5b)$$

(θ : 無次元化された限界剪断力, $\bar{\tau}_{th}$: 限界底面剪断力)

定常な状態で、流れが下流端の段差を落下する際に常流から射流へと変化するフルード限界点を x の原点かつ η の基準点とすると、次の関係が成り立っている。

$$u^2 = h, \quad \eta = 0 \quad \text{at } x = 0 \quad (6)$$

斜面より十分上流においては等流状態が実現しており、等流流速 u_n を用いて、次式が成り立っている。

$$u = u_n \quad \text{as } x \rightarrow -\infty \quad (7)$$

4. 座標変換

次の座標変換を導入し、定常状態において見かけの斜面形状が時間的に変化しないような座標系をとる。

$$t^* = t, \quad x^* = x + ct, \quad \eta^* = \eta - [c\sigma - E(u_n^2)]t \quad (8)$$

(σ : 正規化された斜面勾配, c : 段差の前進速度)

3. 支配方程式

流れの式及び河床高の時間変化式次のようになる。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{(u^2 + v^2)^{1/2} u}{h} - \chi(u^2 + v^2)^{1/2} u \quad (1a)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{(u^2 + v^2)^{1/2} v}{h} - \chi(u^2 + v^2)^{1/2} v \quad (1b)$$

$$\frac{\partial u h}{\partial x} + \frac{\partial v h}{\partial y} = 0 \quad (1c)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -E(u^2 + v^2) \quad (1d)$$

これらの式は以下の式によって無次元化されている。

$$(\bar{u}, \bar{v}) = U_c(u, v), \quad (\bar{h}, \bar{\eta}) = D_c(h, \eta), \quad (2a, b)$$

$$(\bar{x}, \bar{y}) = (D_c / C_f)(x, y), \quad \bar{t} = D_c [\alpha \bar{\tau}_c / \bar{\tau}_{cr}]^{-1} t, \quad (2c, d)$$

$$\bar{\tau}_c = \rho C_f U_c^2, \quad \bar{k} = (C_f / D_c) k \quad (2e, f)$$

($\bar{h}$: 水深, $\bar{\eta}$: 河床高, $(\bar{\tau}_x, \bar{\tau}_y)$: 底面剪断力, C_f : 抵抗係数)

ここで U_c は限界流速 D_c は限界水深であり、段差近傍における単位幅当たりの流量 q を用いて次式で表される。

$$U_c = (qg)^{1/3}, \quad D_c = (q^2 / g)^{1/3} \quad (3a, b)$$

χ は次のように無次元化された植生密度である。

$$\chi = C_D A_p D_c / 2 C_f \quad (4)$$

(C_D : 植生抗力係数, $A_p = d / (l_x l_y)$: 植生密度(図-2c))

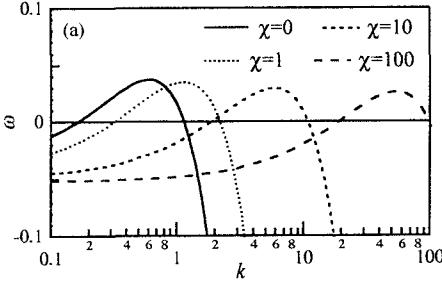
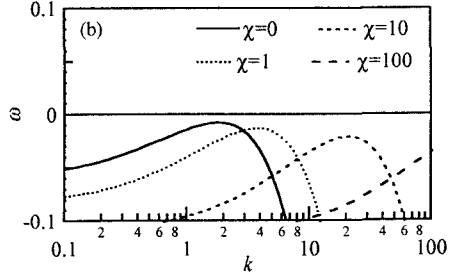


図-5 無次元波数 k 及び無次元植生密度 χ による増幅率の変化 (a) $\gamma=2.0$, $\sigma=0$, $\theta=0.5$ (a) $\gamma=2.0$, $\sigma=0$, $\theta=0$.



式(8)の座標変換を用いて(1)式は次のように書き換えられる(表記を簡単にするため*を落としている)。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{(u^2 + v^2)^{1/2} u}{h} - \chi(u^2 + v^2)^{1/2} u \quad (9a)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{(u^2 + v^2)^{1/2} v}{h} - \chi(u^2 + v^2)^{1/2} v \quad (9b)$$

$$\frac{\partial uh}{\partial x} + \frac{\partial vh}{\partial y} = 0 \quad (9c)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c \frac{\partial \eta}{\partial x} + c\sigma + E(u^2 + v^2) - E(u_0^2) = 0 \quad (9d)$$

4. 定常解

式(9)で y 方向への変化と v 及び時間変化を無視すると、定常解及び前進速度 c として次式を得る。

$$\frac{d\eta_0}{dx} = -\sigma - c^{-1} [E(u_0^2) - E(u_0^2)] \quad (10)$$

$$\int_1^u \frac{1 - u^3}{\chi u_0^3 + u_0^3 - \sigma u_0^2 - (1 - \sigma) \frac{E(u_0^3) - E(u_0^3)}{E(1) - E(u_0^3)} u_0^2} du_0 = x \quad (11)$$

$$c = (E(1) - E(u_0^2)) / (1 + \chi - \sigma) \quad (12)$$

5. 線形安定解析

前節で求めた定常解に対して斜面横断方向に次のような波状の微小擾乱を与える(図-3 概念図)。

$$\eta = a \cos ky \quad \text{at } t=0, \quad x=0 \quad (13)$$

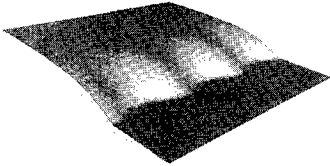


図-3 段差近傍に与えられた3次元的な擾乱の概念図

擾乱が与えられた場合、各変数は次のように表される。

$$u = u_0(x) + a e^{\omega t} u_1(x) \cos ky + \dots \quad (14a)$$

$$v = a e^{\omega t} v_1(x) \sin ky + \dots \quad (14b)$$

$$h = h_0(x) + a e^{\omega t} h_1(x) \cos ky + \dots \quad (14c)$$

$$\eta = \eta_0(x) + a e^{\omega t} \eta_1(x) \cos ky + \dots \quad (14d)$$

ω 及び k は擾乱の発達速度及び波数を表す。式(14)を式(9)に代入し、 a の項を整理すると次の方程式系を得る。

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} = \frac{(u_0^3 + u_0^3) u_0' + 2(u_0 + \chi) u_0^3 - c^{-1} E(u_0^2) u_0^2}{1 - u_0^3} u_1 - \frac{k}{1 - u_0^3} v_1 - \frac{u_0 u_0' + u_0^3}{1 - u_0^3} h_1 - \frac{c^{-1} \omega u_0^2}{1 - u_0^3} \eta_1 \quad (15a)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial x} = -(u_0 + \chi) v_1 + \frac{k}{u_0} h_1 + \frac{k}{u_0} \eta_1 \quad (15b)$$

$$\frac{\partial h_1}{\partial x} = \frac{2u_0' + 2(u_0 + \chi) u_0 - c^{-1} E(u_0^2) u_1}{1 - u_0^3} u_1 + \frac{k u_0}{1 - u_0^3} v_1 - \frac{u_0^4 + u_0^3 u_0'}{1 - u_0^3} h_1 + \frac{c^{-1} \omega}{1 - u_0^3} \eta_1 \quad (15c)$$

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial x} = c^{-1} E(u_0^2) u_1 - c^{-1} \omega \eta_1 \quad (15d)$$

(プライム: x による一回微分, $E_u: u$ による一回微分)

境界条件は、上流無限遠点で次式のように与える。

$$u_1 = 0, \quad v_1 = 0, \quad h_1 = 0, \quad \eta_1 = 0 \quad \text{as } x \rightarrow -\infty \quad (16)$$

これは実質 3 つの条件となるが、式(13)より与える擾乱の条件としても一つ一つの条件が次式のように導かれる。

$$\eta_1 = 1 \quad \text{at } x=0 \quad (17)$$

式(15a,b)において原点で特異性を持たないことから正則条件が導かれる。以上 5 つの条件下で式(15)は ω の固有値問題となり、緩和法によって数値的に解を求める。

6. 結果及び考察

擾乱の発達率 ω の変化を示した図-5 によれば θ が大きく侵食されにくい表面ほど ω は小さくなり、煎断力が限界値を上回っていてもガリが発生しないことがわかる。植生の存在によって限界剪断力が大きくなる(θ が増加)ことから、植生によって θ が図-5b のように増加した場合、 ω の値は負となりガリは発生しないことになる。

また χ が大きいほど ω を最大とする卓越波数 k_c が大きくなっており、波長と波数の関係より植生が存在するほどガリ形成間隔は狭くなることが示されている。粗度として働く植生によって背水の影響は段差(原点)付近にしか及ばず、ガリが上流側の水を集める影響が狭い領域に限定されてしまうためガリの間隔が狭くなると考えられる。これはガリの集水流量の減少を意味し、ガリ発生後は発達速度が減少すると予想される。

参考文献

- 1) 黄河水利委員会治黄研究組：黄河の治水と開発（芦田和男監修，馮金亭・匡尚富訳），古今書院，1989。
- 2) 泉 典洋：水路群形成の線形安定論—斜面下流端からの発生理論—，土木学会論文集，投稿中。
- 3) 泉 典洋：斜面下流端からの発生発生する水路群について，土木学会論文集，No.521, pp.79-91, 1995。