

ファジィ理論に基づく有限要素自動メッシュ分割に関する基礎的研究

八戸工業高等専門学校 学生員 ○伊賀隆幸
八戸工業高等専門学校 学生員 安宅秀一
八戸工業高等専門学校 正会員 杉田尚男

1. 緒言

有限要素法における解析モデルの大型化・複雑化に伴い、様々な自動メッシュ分割法が提案されているが、要素数・要素形状などにおいて必ずしも最適化されたとは言えない。特に応力集中部分については、未だ解析者にゆだねる部分が多く信頼性の低下を引き起こすことがある。また誤差評価理論に基づく最適要素生成法では、解析とメッシュ分割とを何度か繰り返すため、高速にメッシュ生成を行うことができない。

本研究では、従来の応力集中部への要素分割に解析者の経験的な判断によって信頼性の優劣が生じることに着目し、その判断をファジィ理論で論理的に表現した。そして、ファジィ理論による評価と従来の自動メッシュ生成法と組み合わせることで、応力集中部に対して有効な要素分割法を提案する。その手法は、Voronoi 理論を用いた要素生成を行い応力勾配を算出し、その応力勾配を利用してファジィ推論による応力集中部の特定を行った後、要素の再分割を行うもので、解析対象の応力集中部分の評価とともに初期の段階での最適要素分割を可能とするものである。

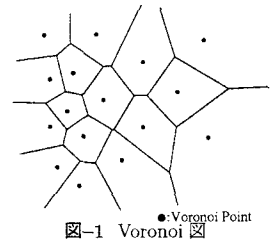
2. Voronoi 理論

N 次元 Euclid 空間において、 n 個の点 $P_1(x_1), P_2(x_2), \dots, P_n(x_n)$ が存在するとき、点 $P_i(x_i)$ に対して最も近い点の集合 V_i は式 (1) で与えることができる。

$$V_i = \bigcap_{j:j \neq i} \{x \in R^N \mid \|x - x_i\| < \|x - x_j\|\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$(i = 0, \dots, n, j = 1, \dots, i-1, i+1, \dots, n)$$

x : ある位置ベクトル x_i : 点 i の位置ベクトル $\|\cdot\|$: Euclid 距離



●:Voronoi Point
図-1 Voronoi 図

V_i は点 $P_i(x_i)$ の Voronoi 領域と呼ばれ、Voronoi 領域を生成している点を母点、その領域多角形の各頂点を Voronoi 節点と呼ぶ。Voronoi 領域は母点と母点とを結ぶ垂直 2 等分線で構成されるので、Voronoi 節点は、その周りの 3 個の母点を頂点とする三角形の外心となる。

応力解析には、母点とそれにより生成された Voronoi 節点を結ぶことで三角形要素を形成し、それを用いる。

3. 初期要素生成

Voronoi 節点は母点をもとに生成されるため、母点を解析領域内に三角形格子状に配置し、その後 Voronoi 節点を生成する。また境界近似を行う場合においても、母点についてのみ境界近似を行えばよい。

全ての Voronoi 節点の生成が終了した後、母点と Voronoi 節点とを有限要素節点へと置き換え、その後、母点とその Voronoi 領域を構成している節点とを結び、三角形要素を生成する。

4. ファジィ推論による応力集中部の特定

本研究では、応力勾配が大きいところほど、離散化による誤差が大きい、という考え方を基本としている。

応力勾配についても、Voronoi 理論を応用して算出し、ファジィ推論のための入力値とする。

(1) 領域間応力勾配

まず Voronoi 領域間の応力勾配の算出を行う。

解析結果は、それぞれの要素の応力として出力されるため、Voronoi 領域の応力は、その Voronoi 領域を構成している要素の平均値とした。領域間の応力勾配 SG_{ij} は、領域間の距離として母点間距離を用いて算出した。これを、着目領域に隣接する領域全てについて算出する。そしてその平均値 $\overline{SG_{ij}}$ を、応力勾配の代表値とする。以降この代表値を領域間応力勾配と呼ぶ。

(2) 領域内応力勾配

領域間応力勾配だけでは、Voronoi 領域内の局所的な応力の変化が評価できず、過小に評価される場合がある。

そこで、Voronoi 領域内における応力の不連続量を表すために、領域内で最大・最小の応力をとる要素間で応力勾配 sg_i を算定した。距離の代表値として要素重心間距離を用いた。以降この応力勾配を領域内応力勾配と呼ぶ。

(3) ファジィ推論

上記の 2 つの応力勾配を用いてファジィ推論を行い、応力集中部の特定を行う。推論方法として MAX-MIN 合成重心法を用いた。

前件部メンバーシップ関数として、領域間応力勾配、領域内応力勾配の 2 つを定義する。領域間応力勾配を、絶対値の最大値を用いて規格化し、区間 $-1 \sim 1$ が得ら

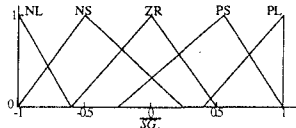


図-2 $\overline{SG_{ij}}$ メンバーシップ関数

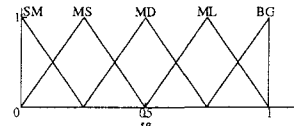


図-3 sg_i メンバーシップ関数

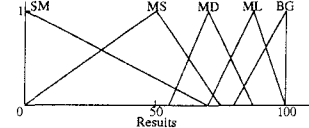


図-4 評価用メンバーシップ関数

表-1 If-Then ルール

		sg_i				
		SM	MS	MD	ML	BG
$\overline{SG_{ij}}$	NL	SM	SM	MS	MS	MS
	NS	MS	MS	MD	MD	MD
	ZR	MD	MD	MD	ML	ML
	PS	MD	MD	ML	ML	BG
	PL	ML	ML	BG	BG	BG

れる。その区間に対するメンバーシップ関数を図-2 に示す。領域内応力勾配も同様に、最大値を用いて規格化して得られる。0 ～ 1 の区間に対して、メンバーシップ関数を定義する。図-3 に対応するメンバーシップ関数を示す。

後件部メンバーシップ関数は、応力集中の度合いを示すものとし、区間を 0 ～ 100 で与えている。出力値が大きいた点が、応力集中の顕著な箇所である。そのメンバーシップ関数を図-4 に示す。前件部との対応は表-1 に示すルールに従う。

5. 要素再分割

応力集中部と特定した点を中心に、要素を細分化することで、離散化の誤差を小さくする。Voronoi 分割で考えれば、母点を密に配置することでこれが可能となる。

応力集中部を中心として母点の密度に対応させたメンバーシップ関数に基づいた母点を配置する。また、応力集中の影響が小さい箇所のためにメンバーシップ関数によらない三角形格子状の母点配置を行い、この 2 つのパターンを重ね合わせることで、母点配置を密にしている。

6. 適用例

応力集中が顕著に発生する有孔平板モデル (図-5) を用い、本手法の効果を検証する。

モデルの諸元は、ヤング係数 $E = 2.06 \times 10^5 \text{ kN/mm}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ 、板厚 10mm、高さ $h = 100\text{mm}$ 、幅 $b = 50\text{mm}$ 、円孔半径 $r = 25\text{mm}$ 、引張力 $q = 4\text{kN}$ とした。

初期配置における Voronoi 図と要素配置図を図-6、再分割後の Voronoi 図と要素配置図を図-7 に示す。

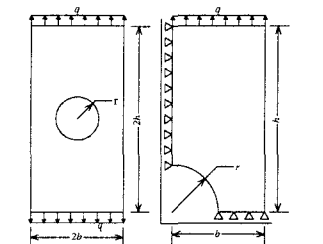


図-5 全体解析モデルと 1/4 解析モデル

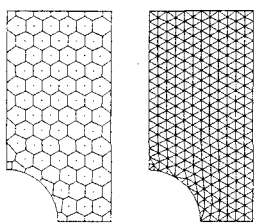


図-6 初期配置

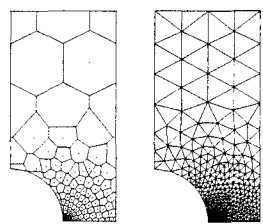


図-7 最適配置

7. 結言

本手法を用いることにより、初期段階で最適なメッシュ分割が得られ、また Voronoi 理論の応用により扱うデータを大幅に減らすことが可能となった。

今後の課題としては、複数の応力集中部がある場合への対応、任意形状・3次元形状を考慮したシステムの開発が必要である。

参考文献

- 1) 矢川元基, ファジィ推論-計算力学・応用力学への応用-, 培風館, 1991.
- 2) 杉田尚男, 市ノ渡剛, 鳥居邦夫, FEM 解析における高速要素自動分割, 鋼構造論文集, 11, 1998, pp. 305-310.
- 3) 杉原厚吉, ボロノイ図を通してみると, 数学セミナー, 6, 1996, pp. 72-75.