

統一降伏規準を用いた軸対称構造物の弾塑性 FEM 解析 及び塑性極限解析

岩手大学 学生員 ○桜井重紀子
岩手大学 千葉 佳織
岩手大学 正 員 岩崎 正二
南洋理工大学 馬 国偉

1. はじめに

強度理論の新しいシステムである等方性材料に対する統一強度理論¹⁾は、区分線形公式と簡潔な物理的概念を持っており、三つの主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ の影響を全て考慮しているため応用範囲が広い。特に、統一強度理論から導き出される統一降伏規準は金属材料に対して適用できるとともに、軸対称構造物の弾塑性解析及び塑性極限解析を行うのに有効である。剛塑性円形板に対する塑性極限解析について、著者らは円形板や円環板において降伏規準の選択が解析結果にどのような影響を与えるか検討してきた。^{2,3)}しかしながら弾塑性 FEM 解析への統一降伏規準の応用は、まだ十分なされていないのが現状である。

今回の研究では、今まで行ってきた剛塑性円形板の塑性極限解と軸対称構造物の弾塑性 FEM 解をそれぞれ統一降伏規準の立場から比較検討する。弾塑性解析では汎用プログラムの中に統一降伏規準を取り込み、軸対称構造物である厚肉円筒と単純支持円形板について数値計算した。極限解析では、円形板や円環板に統一降伏規準を適用し、境界条件や降伏条件式の違いが解析結果に与える影響を総合的に検討した。

2. 統一降伏規準

図-1 は、平面応力状態の限界曲線であり、異なる種類の材料に適用するため、中間主応力の影響を反映する重みパラメータ b が 0 から 1 まで変化する統一降伏規準を示す。統一降伏規準は塑性流れが二つの大きな方の主せん断応力によってコントロールされると仮定している。重みパラメータ b が 0 から 1 まで変化するとき、一連の区分線形規準が導かれる。特に統一降伏規準において $b=0$ の時はトレスカ規準、 $b=1$ の時は双せん断応力規準が得られる。 $b=0.5$ の時には、ミーゼス規準を近似することができる。有名な古典の実験結果⁴⁾によると、ミーゼス規準 ($b=0.5$) は、銅、アルミニウムの特性によく一致しており、軽鋼鉄とアルミニウム合金の特性は双せん断応力規準 ($b=1$) とよく一致するようである。

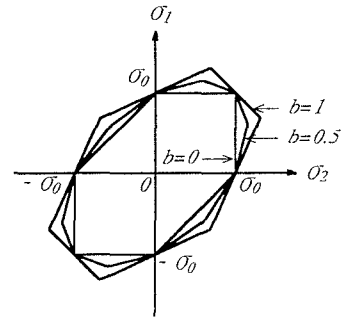
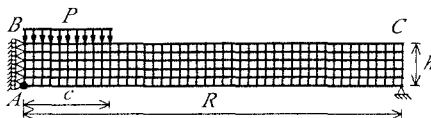


図-1 平面応力状態の限界曲線

3. 数値計算例

3-1 軸対称構造物の弾塑性 FEM 解析への統一降伏規準の応用

軸対称三次元構造物に対して、統一降伏規準を用いた有限要素法による静的弾塑性解析を行った。降伏条件式、要素分割数が構造物の崩壊荷重、応力、変位にどのような影響を及ぼすかを検討するため図-2、図-3 に示すような二つのモデルを用いて数値計算した。



要素分割数 5×50、節点数 306

図-3 軸対称単純支持円形板

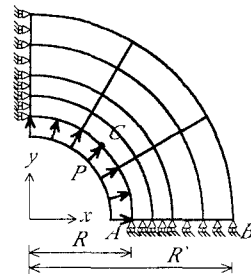


図-2 圧肉円筒

(1) 圧肉円筒

図-2 に示すような圧肉円筒の $1/4$ モデルに等分布荷重を内面から作用させ、平面ひずみ問題として静的弾塑性 FEM 解析を行った。数値計算に際しては、曲率半径 $R=100\text{mm}$ 、円筒の厚みを含めた曲率半径 $R'=200\text{mm}$ の値を用

いた。図-4 は、図-2 の厚肉円筒の辺 AB における崩壊荷重時の半径方向の応力分布図である。どの規準でも点 B から 2 番目のガウス点で応力は最大となっている。図-5 は図-2 の厚肉円筒の辺 AB における崩壊荷重時の円周方向の応力分布図である。すべての規準で内圧を直に受ける点 A から 1 番目のガウス点で負の最大値をとっている。また図-4、図-5 より $b=1$ で最大応力を、 $b=0$ で最小の応力分布を示していることから、降伏規準の影響は大きいといえる。

(2) 単純支持円形板

図-3 に示すような軸対称支持円形板の $1/2$ モデルに $c=10\text{cm}$ の荷重幅で等分布荷重を作用させ、軸対称問題として静的弾塑性 FEM 解析を行った。数値計算に際しては、半径 $R=50\text{cm}$ 、板厚 $h=5\text{cm}$ 、の値を用いた。その際単純支持円形板の要素分割数の影響も検討した。図-6 は図-3 の軸対称円形板における中央下端の点 A の荷重-変位図である。図-6 より崩壊時の変位はどの規準においても変わりはないが、崩壊荷重値は $b=1$ で最大荷重値を、 $b=0$ で最小荷重値を示す。

3-2 剛塑性円形板の塑性極限解析

解析モデルとして等分布荷重を受ける単純支持円形板、固定支持円形板、及び単純支持円環板を取り上げ塑性極限解析を行った。図-7 は、三つの異なる円形板において、中間主応力の影響を反映する重みパラメータ b が 0 から 1 に変化するときの塑性極限荷重を示す。図-7 の結果よりすべての円形板の塑性極限荷重は b の増加関数であり、 $b=0$ のときに最小値をとり $b=1$ のときに最大値を示す。本論文で求めた塑性極限荷重は、静的許容と動的許容（釣り合い方程式、応力境界条件、降伏条件、流れ条件、速度境界条件をすべて満足する。）の両方を満足するので、問題に対する厳密解である。

4. おわりに

本論文で採用した統一降伏規準は、パラメータ b を 0 から 1 まで変化させることにより工学的な構造物に関連した様々な種類の金属材料に適用することができる。統一強度理論は統一降伏規準を含むだけでなく、圧縮強度と引張強度が異なる岩石、土、コンクリートなどの材料にも適用できる広い強度理論体系である。このようなことを考慮して、今後は統一強度理論を有限要素法の汎用プログラムに取り込み、様々な材料の構造解析に応用したいと考えている。

【参考文献】

- 1) Yu Maohong : *A new system of strength theory*, Xian Jiaotong University Print, China (In Chinese), (1992).
- 2) 桜井重紀子、宮本裕、岩崎正二他：部分分布荷重を受ける固定支持円形板の塑性極限解析，土木学会第 52 回年次学術講演会講演概要集 I-A 14, 1997.
- 3) 桜井重紀子、宮本裕、岩崎正二他：等分布荷重を受ける単純支持円環板の塑性極限解析，平成 9 年度東北支部技術研究発表会講演概要 I-23, 1998.
- 4) Ivey H.J. : *Mech. Eng. Sci.*, Vol.3, 1961, pp.15-31.

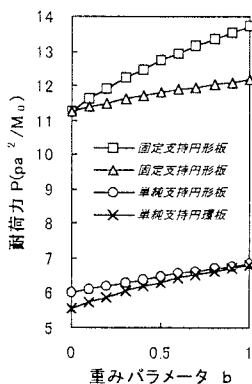


図-7 円形板の耐荷力に及ぼす降伏規準の違い

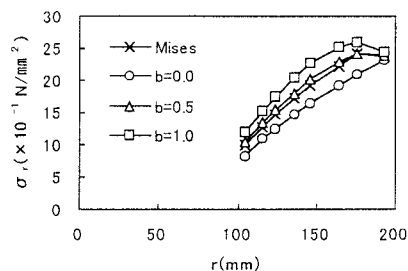


図-4 圧肉円筒の辺 AB における崩壊荷重時の半径方向の応力分布図

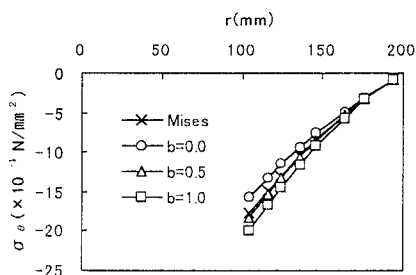


図-5 圧肉円筒の辺 AB における崩壊荷重時の円周方向の応力分布図

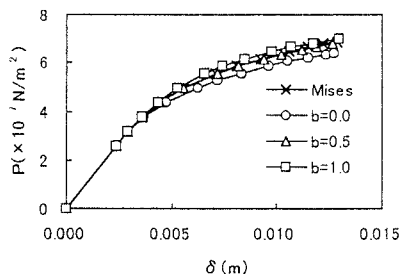


図-6 軸対称円形板の崩壊荷重時における荷重-変位図