IV－55

時間制約を明示的に考慮した私的交通行動モデル

東北大学　学生員　○森園　耕次
東北大学　正会員　　森杉　壽芳

１．　はじめに

４段階交通需要予測は，交通活動と交通以外の活動との代替性や補完性を明示的に考慮していないために，交通整備による誘発交通量の推定を行うことができないという欠点を持つ．このような欠点を克服するための分析フレームとしては，古典的消費者行動理論が考えられる．しかし，通常の古典的消費者行動理論は，交通のように複雑な代替案があるときに適用するのは効率が悪い．事実，交通需要予測の分野では，logit model に代表される比率を予測するモデルに関するノウハウが蓄積されている．このような状況に対して著者の一人は，両者の長所を持つような交通需要予測モデルを提案している.[1)]しかし，現在提案されているモデルは，時間制約を明示的に考慮していないという欠点をもっている．そこで本研究では，私的交通を対象として時間制約を明示的に取り扱い，かつ，時間価値を内生化した交通行動モデルを提案する．

２．　モデルの定式化

ある個人の行動を次のように定式化する。

$$V=\max_{Z,Z_t,Z_k} U(Z,Z_t,Z_k) \qquad (1.a)$$

$$\text{s.t}\quad P_Z Z+P_t Z_t+P_k Z_k=I \qquad (1.b)$$

$$\tau_z Z+\tau_t Z_t+\tau_k Z_k=T \qquad (1.c)$$

ただし Z:余暇時間,Z_t:交通需要, Z_k:合成財の需要量 , P_z:余暇の価格（$P_z=0$）, P_t:交通の価格, P_k:合成財の価格（$P_k=1$）, I:所得, τ_z:余暇１単位の消費所要時間（$\tau_z=1$）, τ_t:交通１単位の消費所要時間, τ_k:合成財１単位の消費所要時間（$\tau_k=0$）
T:労働時間以外の活動の総利用可能時間
q_i,t_i:基準化した価格($=P_i/I$)及び所要時間($=\tau_i/T$)
U(.) 直接効用関数, V(.) 間接効用関数.

(1)式の制約条件を基準化し、Z_t に関して解くと交通需要関数 $Z^*_t=Z_t(q_t,q_k,t_z,t_t)$を得る．

ここで得られた需要関数を効用関数に代入すると、効用は(2)のような間接効用関数として表される．

$$L=V(q_t,q_k,t_z,t_t)=U(Z^*,Z^*_t,Z_k^*)+\lambda^*(1-q_t Z^*_t-q_k Z^*_k)$$
$$+\mu^*(1-t_z Z^*-tZ^*_t) \qquad (2)$$

(2)式の q 及び t についての全微分を考えると包絡定理により(3)式のように表すことができる．

$$dV=-\lambda Z_t dq_t-\lambda Z_k dq_k-\mu Z dt_z-\mu Z_t dt_t \qquad (3)$$

この時、交通に関する時間価値 γ は、微少の時間節約があるとき、効用を一定に保つための交通価格の増分として定義されているので(4)式となる．

$$\gamma=-\frac{dP_t}{d\tau_t}=\frac{\dfrac{\partial V}{\partial \tau_t}}{\dfrac{\partial V}{\partial P_t}}=\frac{\dfrac{\partial V}{\partial t_t}\dfrac{\partial t_t}{\partial \tau_t}}{\dfrac{\partial V}{\partial q_t}\dfrac{\partial q_t}{\partial P_t}}=\frac{-\mu Z_t\dfrac{1}{T}}{-\lambda Z_t\dfrac{1}{I}}=\frac{\mu I}{\lambda T} \qquad (4)$$

また、時間制約により

$$\lambda\left(1-t_z Z-tZ_t-t_k Z_k\right)d\varepsilon=0 \qquad (5)$$

(3)式の両辺に(5)式を加えると(6)式を得る．

$$dV=-\lambda\{Zdg+Z_t dg_t+Z_k dg_k-d\varepsilon\} \qquad (6)$$

ただし、$g_z=\varepsilon t_z \quad g_t=q_t+\varepsilon t_t \quad g_k=q_k$ (7)

また、$\varepsilon=\mu/\lambda=\gamma T/I$ であり ε は規準化された時間価値を示す．一方(2)式に包絡定理を適用すると

$$\frac{\partial V}{\partial g_z}=-\lambda Z \quad \frac{\partial V}{\partial g_t}=-\lambda Z_t \quad \frac{\partial V}{\partial g_k}=-\lambda Z_k \qquad (8)$$

従って(8)式より

$$q_z\frac{\partial V}{\partial g_z}+q_t\frac{\partial V}{\partial g_t}+q_k\frac{\partial V}{\partial g_k}=-\lambda\left[q_z Z+q_t Z_t+q_k Z_k\right]=-\lambda(1+\varepsilon) \qquad (9)$$

(9)を(8)に代入すると(10)を得る．

$$Z_t=(1+\varepsilon)\frac{\partial V}{\partial g_k}\Big/\left[q_z\frac{\partial V}{\partial g_z}+q_t\frac{\partial V}{\partial g_t}+q_k\frac{\partial V}{\partial g_k}\right] \qquad (10)$$

(10)式を多くの種類の交通需要があるときに、適用すると、(11)式となる．

$$Z_i=\frac{(1+\varepsilon)\sum_{j\in J}{\partial V}/{\partial g_i}}{\sum_{j\in J}q_j\left({\partial V}/{\partial g_j}\right)+\sum_{k\in K}q_k\left({\partial V}/{\partial g_k}\right)}\times\frac{\partial V/\partial g_i}{\sum_{j\in J}\partial V/\partial g_j} \qquad (11)$$

ただし、J は交通サービスの集合,K は交通以外の財の集合を示す．

(11)式の右辺第１項は総交通需要量であり、第２項は i のシェアを示す.(11)式に示すように時間制約を明示的に考慮したモデルは総需要と比率の積とし

て表現できる点では、時間制約を明示的に考慮しない場合と全く同じである.しかし、(11)式における g_i は時間価値関数 ε を含んでいる点が相違点である.次に時間価値 ε に関しては、その関数形に制約がある.すなわち

$$\sum q_i V g_i = -\lambda \sum q_i Z_i = -\lambda$$

$$\varepsilon \sum t_i V g_i = -\lambda\varepsilon \sum t_i Z_i = -\lambda\varepsilon = -\mu$$

であることから、ε は

$$\sum q_i V g_i = \sum t_i V g_i \qquad (12)$$

を満足する関数である必要がある.(11)と(12)両式が需要関数の形を特定化する式である.まず、間接効用関数 V を ε の関数として特定化する.この時合理的な交通需要関数は(11)で与えられる.次に、ε の関数形に関しては(12)式を満足するように与えられる必要がある.なお(11)式の右辺に各々 q,t を乗じて変形すると

$$-\frac{(1+\varepsilon)\sum qVg}{\lambda(1+\varepsilon)} = \sum qZ = 1, -\frac{(1+\varepsilon)\sum tVg}{\lambda(1+\varepsilon)} = \sum tZ = 1 \quad (13)$$

となり、それぞれ所得制約・時間制約を満足する.

3. 時間制約が複数ある場合

(1)式では時間制約が 1 つしか存在しないと仮定したが、通常は平日と休日で活動に利用できる時間が違うなどによって所得制約は 1 つだが、時間制約が 2 つ存在する場合が考えられる.この場合の定式化は(14)式となる.

$$\max_{Z_1,Z_2} U(Z_1,Z_2) \qquad (14a)$$

$$\text{s.t.} \quad P_1Z_1+P_2Z_2=I \qquad (14b)$$

$$\tau_1 Z_1 = T_1,\ \tau_2 Z_2 = T_2 \qquad (14c)$$

ただし、Z_i:期間 i における活動ベクトル, P_i:Z_i の価格ベクトル, τ_i:Z_i の所要時間, I:所得, T_i:i 期の利用可能時間

(1)式と同様に規準化した価格及び所要時間ベクトルを用いてラグランジェ関数を作ると

$$V = U(Z_1^*, Z_2^*) + \lambda^*(1 - q^* z_1^* - q_2^*) + \mu_1^*(1 - t_1 z_1^*) + \mu_2^*(1 - t_2 z_2^*)$$

この場合のそれぞれの時間価値は

$$\gamma_1 = \frac{\mu_1 I}{\lambda T_1} \quad , \quad \gamma_2 = \frac{\mu_2 I}{\lambda T_2}$$

となる.この 2 つの時間価値はそれぞれ異なる可能性がある.

この時のロアの恒等式は以下のようになる.

$$Z_{ij} = (1+\varepsilon_1+\varepsilon_2)\frac{\partial V}{\partial g_{ij}} \Bigg/ \left[\sum g_{k1}\frac{\partial V}{\partial g_{k1}} + \sum g_{k2}\frac{\partial V}{\partial g_{k2}}\right] \qquad (15)$$

ただし、Z_{ij}:期間 j の i 番目の活動水準,

$g_{ij} = g_{ij} + \varepsilon_j t_{ij}$:規準化した一般化費用

4. 家計生産行動

交通は他の活動の補完物と考えられる.この問題の定式化には家計生産理論を利用することができる.例えば、買物のための交通は手段である.この時の定式化は(16)式で表現することができる.

$$\max U(Z_0, Z_{t1}, X, Z_k) \qquad (16a)$$

$$\text{s.t} \quad PX + P_t Z_{t2} + Z_k = I \qquad (16b)$$

$$Z_0 + \tau X + \tau_t Z_{t2} = T \qquad (16c)$$

$$X = Z_{t1} Z_{t2} \qquad (16d)$$

ただし、P:買物品の価格, P_t:交通の価格, P_k:他財の価格(=1), Z_0:余暇時間, Z_{t1}:1 回あたりの買物量, Z_{t2}:買物交通トリップ数, X:総買い物量, Z_k:合成財, τ:買物 1 回あたりにかかる時間, τ_t:1 トリップ当たりの交通所要時間

(16d)式を消去して、(1)式のように線形の所得制約と時間制約の定式化に変形するには、$Z_{t1}=X/Z_{t2}$ を(16a)式に代入すればよい.このように派生需要としての交通の取扱いも簡単に標準的な行動モデル(1)式として表現することができる.

5. 結論

本研究では、個人の私的交通行動について時間制約を明示的に考慮し、かつ、時間価値を内生化したモデルを提案することができた.また、時間制約が複数ある場合には、時間価値が異なり、かつ、その交通行動が異なることを示すことができた.さらに、交通自体が他の活動の派生需要となっている場合にも同様にモデル化できることが示せた.紙面の都合上、ε の推定法については示すことができなかった.残された課題である.

〈参考文献〉

1)Hisa Morisugi,Taka Ueda:A New Proposal for Travel Demand Forecasting in The Context of Classical Consumer Behavior Theory,1995

2)小森俊文:古典的消費者行動に基づく地域間旅客需要予測への適用,岐阜大学卒業論文,1996