

III-40

ファジ理論を用いた土の分類法の研究

東北大学工学部 学生員○安部 吉広
東北大学 正会員 柳澤 栄司

1. 研究の目的

土の工学的分類の目的は、複雑な「力学試験」を行うことなしに簡単な「土の物理的性質を求める試験」を行うことにより土の工学的性質をある程度類推することにある。大規模な建設工事になるほど、分類対象とする土の数が膨大なものとなり、かつ多大な労力を要する数多くの試験を行って正確な試験結果を得る必要がある。しかし計画段階や概略調査の段階では、簡便な試験結果のみから土の工学的性質の概略を推定できれば十分なことが多い。本研究は粒度と無関係に分類が行われる等の矛盾が多い現在の分類法とは違った見地から、簡便に土を判別する指標を探る。

2. 土の分類とファジ理論の関連性

2.1 土の分類

土はいろいろな大きさの粒子の集合から成っているため、粒子の大きさを表す粒径に基づく区分名称がよく用いられている。しかし、土の力学的性質を支配する素材特性は粒度組成だけではない。粒度に代わる分類指標としてコンシステンシーを用いた塑性図による分類があるが、塑性図上で用いられるA線は、その定義の根拠や物理的な意味を一般的に説明することは困難である。

そこで、これら現在の分類とは違い、土の持つ一次的性質を変数と考え多変量解析を試みた。手法としては土は一般に粒径により階層的に分類されていることを考慮して、クラスター分析を用いた。しかし、1つ1つの試料は数多くの種類の粒径をもつため、完全にある1つの集合に属するというを断定することは困難である。そこで、境界部のデータは複数個のクラスターに少しずつ属することを認めるファジィ・クラスタリング^{1,2)}を採用した。

2.2 ファジィ・クラスタリング

クラスタリング（クラスター分析）³⁾とは、異質なものの混ざりあっている対象の中で互いに似たものどうしを集めて1つの集落（クラスター）として、全対象をいくつかのクラスターに分類する方法を総称したものである。

いま n 個の分類対象が与えられ、各個体は p 個の属性（変数）で記述され、個体 $i(i=1, \dots, n)$ の p 個の属性値は各個体ごとにある尺度で測定されているものとする。このとき、 i 番目の個体に対する j 番目の属性値を x_{ij} で表すと、各個体はベクトル $x_i=(x_{i1}, \dots, x_{ip})$ で表されるので、クラスター分析の目的は、集合 $X=\{x_1, \dots, x_n\}$ を c ($c < n$) 個の空でない互いに排他的ないくつかのクラスターに分類することである。ここで、互いに似たものどうしの個体の集まりであるクラスターは、あるクラスター内の個体は、他のクラスター内の個体とは似ていないということを定義するという非類似度の概念、あるいは、あるクラスター内の個体間の距離は他のクラスター内の個体との間の距離より小さいということを定義するための距離の概念の導入により定義することができる。

このような従来のクラスタリング手法に対して、境界部のデータは複数個のクラスターに少しずつ属することを認めるという考えに基づく、ファジィ・クラスタリング手法が近年発展してきている。本研究では、代表的なファジィ・クラスタリングのアルゴリズムとして、Bezdekらによるファジィc-means法^{4,5)}を用いて解析を行った。

2.3 ファジィc-means法の概略

ある分類対象 X （要素数： n ）を c 個のクラスターに分割する問題を考える。この集合 $X=\{x_1, \dots, x_n\}$ のファジィ部分集合 S_k への分割は、個体 i のクラスター S_k への帰属度を表すメンバシップ度 μ_{ik} により記述できる。各クラスター S_k の平均ベクトルを $v_k=\{v_{k1}, \dots, v_{kp}\}$ ($k=1, \dots, c$) とし、各クラスター内の点と平均ベクトルの非類似度として、ユークリッド距離を用いるという基準に基づけば、ファジィc分割に対して偏差平方和を最小化する式は(1)式のようなになる。

$$J_m = \sum_{k=1}^c \sum_{i=1}^n (\mu_{ik})^m \|x_i - v_k\|^2 \dots (1), \quad v_k = \frac{\sum_{i=1}^n (\mu_{ik})^m x_i}{\sum_{i=1}^n (\mu_{ik})^m} \quad (1 \leq k \leq c) \dots (2)$$

ここで(2)式による v_k は x_i のメンバシップ度の m 次重みつき平均である。このことは、より小さいメンバシップ度の x_i より、より大きいメンバシップ度の x_j が v_k により大きい影響を与えることを示す。また、極値問題として目的関数 J_m を v_k と μ_{ik} に関して偏微分することにより、 J_m を局所的に最小化するための必要条件は(3)式のようなになる。

$$\mu_{ik} = \frac{1}{\sum_{s=1}^c \left(\frac{\|x_i - v_k\|^2}{\|x_i - v_s\|^2} \right)^{\frac{1}{m-1}}} \quad (1 \leq k \leq c, 1 \leq i \leq n) \dots (3)$$

3. 解析方法

まず、日本各地の土質データを集集し、粒度試験並びに力学試験が行われているデータ1189個を選んだ。収集したデータは、主に高規格道路の路線選定のために行われた調査資料である。この中から、現在の分類法で塑性図上の分類対象となる細粒分を多く含む標本のうち、S, CL, ML, CH, MHの6種類、計214個をそれぞれ無作為に抽出し、ファジィc-means法により新たな6つのクラスターに分類した。標本の内訳は、Sは、NPのもの以外から33個、MLは21個、その他は40個ずつである。CHは現在の分類法ではMHに分類されるわけであるが、その意義を再確認する上で独立させた。現場の状況から容易に判断できる有機質土、火山灰土、泥炭は対象外とした。また、変量には土の一次的性質として代表的な粒度試験結果による粘土(CLAY)、シルト(SILT)、砂(SAND)の各含有率、現在の分類指標の液性・塑性限界(LL, PL)及び塑性指数(PI)、さらに比重(Gs)、自然含水比(Wn)の計8つを用いた。この中には、従属的な変数も含まれているが、それぞれ独立変数として扱った。

4. 結果・考察

クラスタリングされた後の各クラスター (group) の特徴は表-1の通りである。ここでクラスタリング後の分類はメンバーシップ値の1番高いものを基準にデータを入れ替えることを基準とした。また、クラスタリング後の塑性図を図-1に、各データのメンバーシップ値の割合を図-2に示す。クラスタリング前後の各変量の平均値と標準偏差をとったところ、全体的に粒度の偏差があまり変わっていないの対し、LL, PL, PI, Wnは偏差が小さくなった。また、変量として用いていない間隙比と活性度等もほぼ偏差が小さくなった。これは、クラスタリングを行うことで似たものどうしの集落ができたことを裏付けている。またLL, PL, PI, Wnの偏差が小さくなったことは、コンシステンシーによって分類できることを示すものとも考えられる。図-1を見ても、特にLLの高い部分にははっきりとグループに分かれている。

そこでコンシステンシーと最大メンバーシップ値(μ_{max})の相関をとったところ、LLと μ_{max} の間で図-3のような釣り鐘型の分布が現れた。これは、LLのみにより土を分類する簡便な指標が成立する可能性を示しているものと考えられる。この提案は用いた標本数が少ないためあくまで推論の域を越えていないのだが、多変量解析によって土を分類する可能性を示せたことは間違いない。

表-1 各グループの特徴

group	特徴
1	砂多め, LL, PL, Wn低め
2	粒度が均等, LL, PL, Wn低め
3	シルトと砂多め, LL, PL, Wnかなり低め
4	シルト多め, LL, PL, Wnやや高め
5	粘土多め, LL, PL, Wn高め
6	砂ほとんどなし, LL, PL, Wnかなり高め

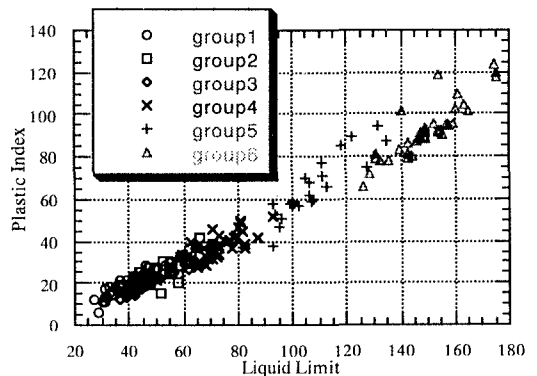


図-1 クラスタリング後の塑性図

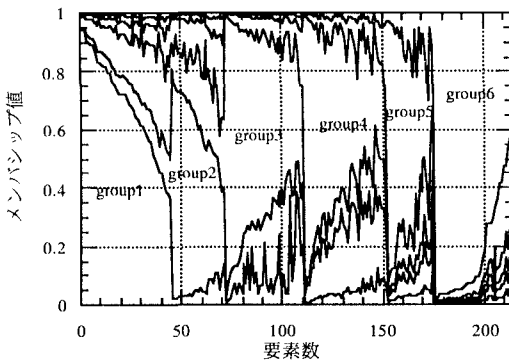


図-2 メンバシップ値の割合

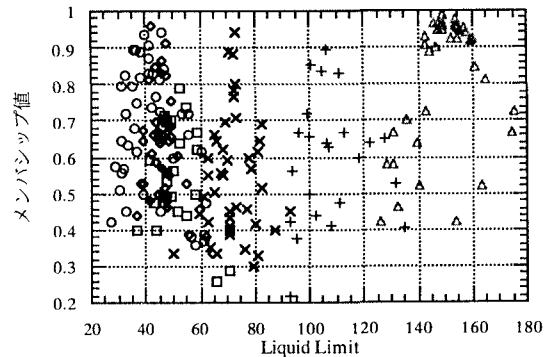


図-3 液性限界とメンバーシップ値の相関

【参考文献】1) 大隅 昇: ファジィ・クラスタリング, 別冊「数理科学」, pp.114-124, 1988.

2) J.C.Bezdek: A Convergence Theorem for the Fuzzy ISODATA Clustering Algorithms, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.PAMI-2, No.1, pp1-8, 1980.

3) 大隅 昇: クラスタ分析, 「現代数学」, 1977.