

均質化法と極限支持力解析を用いた不連続性岩盤
安定解析システムの開発

東北大学 学生員○歐陽 立珠
東北大学 正員 京谷 孝史
東北大学 正員 岸野 佑次

1. はじめに

岩盤は無数の不連続面を含んだ複雑な構造体でありその強度の評価は極めて難しい。本研究では、均質化法と極限支持力解析法を用いて不連続性岩盤の変形および破壊強度を評価する解析システムを開発した。この開発システムを用いて岩盤構造物の破壊強度がどの程度評価し得るのか、モデル実験を通してその適用性を検討した。

2. 極限支持力解析法

弾完全塑性体に対して荷重を比例裁荷する問題は、降伏関数を区分線形近似し、有限要素法による離散化を行うことによって「与えられた節点単位荷重ベクトル F とそれに対応する弾性応力分布ベクトル $\bar{\sigma}^e$ ($B^T \bar{\sigma}^e = F$) に対して、線形制約条件

$$\begin{cases} N^T(\alpha \bar{\sigma}^e + \bar{\sigma}^r) - R \leq 0 \\ B^T \bar{\sigma}^r = 0 \end{cases} \quad (1)$$

のもとで、荷重係数 α を最大にする「線形計画問題となる¹⁾。ここに、 N は区分的に線形近似した降伏面の外向き単位法線ベクトルから成るマトリックス、 R はそれらに至る距離、 B は有限要素モデルにおいて全要素応力ベクトル $\bar{\sigma}^e$ 、 $\bar{\sigma}^r$ と外荷重とのつり合い式を表すマトリックスである。

3. 均質化弾性係数、平均応力、微視的応力

岩盤の不連続面を周期的微視構造と捉え、薄い弱層として理想化することにより、均質化弾性係数は次式で与えられる。

$$E_{ijkl}^H = \frac{1}{|Y|} \int_Y \left(E_{ijkl}(y) - E_{ijpq}(y) \frac{\partial \chi_p^{kl}(y)}{\partial y_q} \right) dY \quad (2)$$

式中、 $E_{ijkl}(y)$ はユニットセル内の弾性係数の分布、 $\chi_p^{kl}(y)$ は特性変位関数と呼ばれ、ユニットセルに関する方程式

$$\int_Y E_{ijpq}(y) \frac{\partial \chi_p^{kl}}{\partial y_q} \frac{\partial v_l}{\partial y_j} dY = \int_Y E_{ijkl}(y) \frac{\partial v_l}{\partial y_j} dY \quad (3)$$

を解くことによって得られる。この均質化弾性係数を用いて、所与の境界条件のもとでつり合い式を解けば、物体中に作用する平均弾性応力分布 $\bar{\sigma}$ が得られる。さらに、微視的構造内部に分布する微視的応力の近似解が次式によって求められる²⁾。

$$\sigma_{ij}^0(y) = \left[\left(E_{ijkl} - E_{ijpq} \frac{\partial \chi_p^{kl}}{\partial y_q} \right) (E^H)^{-1}_{klmn} \right] \bar{\sigma}_{mn} \quad (4)$$

この微視的応力は、物体内部のある一点におけるユニットセルに作用する巨視的応力が $\bar{\sigma}_{mn}$ であるときに、ユニットセル内部の構成材料に直接的に作用する応力を表す（図2）。

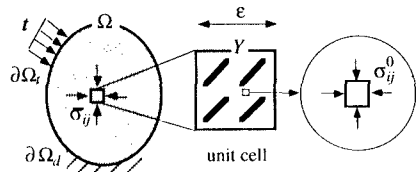


図2 岩盤のユニットセルと局所応力

4. 巨視的降伏基準の推定

この微視的応力が、ユニットセル内部において構成材料の降伏基準に達すればユニットセルにおいて破壊が始まると考えることができる。室内要素試験から構成材料の降伏基準を、Drucker-Prager型として特定すれば、ユニットセルの破壊を規定する局所的破壊条件は微視的応力に対する条件は

$$f(\sigma_{ij}^0) = \sqrt{\frac{1}{2} s_{ij}^0 s_{ij}^0} - \alpha \sigma_{kk}^0 - K = 0 \quad (5)$$

である。求めるべき「巨視的降伏基準」は平均応力に対する基準 $\bar{f}(\bar{\sigma}_{ij}) = 0$ である。これは、不連続面の配置を反映して空間座標に固定した形で表現する。6次元空間に単位球を考え、そこに均等に分布する単位大きさの平均応力ベクトル $\bar{\sigma}_{ij}$ を考える。ここでは922通りの単位応力を準備した。この単位応力に対して

$$\beta = \max \left\{ \beta' > 0 \mid f(\beta' \sigma_{ij}^0(y)) \leq 0, \forall y \in Y \right\} \quad (6)$$

のように、(4)式で与えられる微視的応力がユニットセル内で(5)式の材料の降伏基準以下になるような係数の最大値を求めると $\bar{\sigma}_{ij} = \beta \bar{\sigma}_{ij}$ が破壊時の平均応力を与えることになる。こうして定められた6次元応力空間におけるこれらの点を通る曲面を定めれば「凸曲面である巨視的降伏基準 $\bar{f}(\bar{\sigma}_{ij}) = 0$ 」が定まる。これには、扱いが容易な二次曲面

$$\bar{f}(\{\bar{\sigma}\}) = \{\bar{\sigma}\}' [A] \{\bar{\sigma}\} + \{b\}' \{\bar{\sigma}\} - 1 = 0 \quad (7)$$

を用い、係数マトリックス $[A]$ ならびにベクトル $\{b\}$ は最小二乗法によって定めることとする。

5. 適用例

図3に示す川本ら⁴⁾による石膏供試体に本法を適用した。供試体の材料定数を表1に、均質化解析に用いたユニットセルを図4に示す。巨視的降伏基準として得られた二次曲面(7)式中の係数マトリックス[A]の固有値は、

$$\begin{cases} \lambda_1 = 3.393 \times 10^{-3}, & \lambda_2 = 2.658 \times 10^{-3}, \\ \lambda_3 = 1.193 \times 10^{-3}, & \lambda_4 = 0.491 \times 10^{-3}, \\ \lambda_5 = 0.129 \times 10^{-3}, & \lambda_6 = 7.650 \times 10^{-7}, \end{cases} \quad (8)$$

また、そのときベクトル{b}は、

$$\{b\} = \{0 \ 0 \ 0.0333 \ 0 \ 0.0072 \ -0.0179\}^t$$

と得られた。最小固有値 λ_6 に対応する固有ベクトルの方向から、静水圧軸から少し傾いた圧縮力方向に広がる楕円放物面であることが判った。材料の基準であるDrucker-Pragerの基準(5)式が静水圧軸方向に広がるコーンであること、亀裂が x_2 軸に垂直な面内に分布していることを考えれば、これは極めて妥当な結果である。

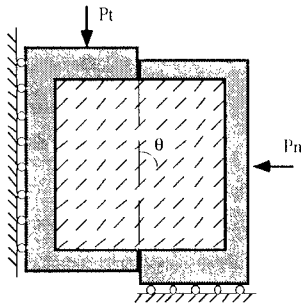


図3 石膏供試体の一面せん断試験⁴⁾

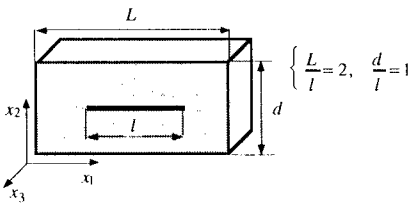


図4 石膏供試体のユニットセル

6. 数値析および考察

川本ら⁴⁾による石膏供試体の一面せん断試験結果と解析結果を図5に示す。分布不連続面による強度の異方性はほぼ評価できている。実際の岩盤

において亀裂は複雑な分布を示すが、そのような場合でも、本法は亀裂分布をそのままモデル化して合理的に岩盤をモデル化でき、岩盤構造物の破壊強度評価の有力な手法となり得ると考える。

表1 石膏モルタルの材料定数

cohesion c	(kgf/cm ²)	33.3
internal friction angle ϕ	(degree)	56.3
Young's modulus E	(kgf/cm ²)	3,7300
Poisson's ratio ν		0.16

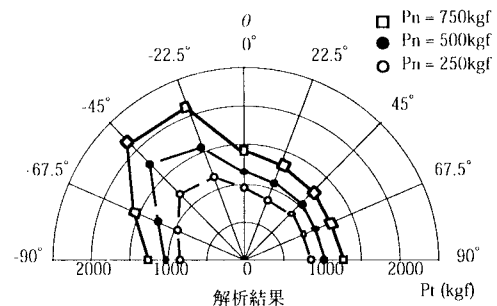
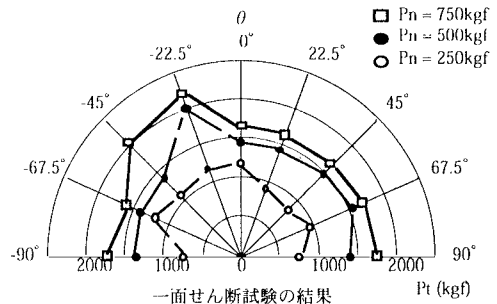


図5 一面せん断試験の結果と解析結果の比較

参考文献

- 1) Grierson, D. E., Proc. NATO ASI, Pergamon Press, pp.93-105, 1977.
- 2) Guedes, J. M. et al., Computer Method in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 83, pp.143-198, 1990.
- 3) Kyoya, Terada, Kishino, Proc. Int. Symp. Deformation and Progressive Failure In Geomech., IS-Nagoya, 1997.
- 4) 川本, 吉田, 材料, 17(181), pp.42-49, 1968.