

III-23

非関連流動モデルの非排水時変形とその安定性に関する研究

東北学院大学工学部 学生員 ○日野 田育子

東北学院大学工学部 学生員 八鍼 利昭

東北学院大学工学部 正会員 飛田 善雄

1. はじめに

地盤材料の応力、ひずみ、ダイレイタンス特性は、非関連流動則を用いた弾塑性構成モデルにより比較的簡単に定式化できる。その定式化の結果として、応力増分とひずみ増分を関係付ける構成マトリックスは非対称となる。構成マトリックスが非対称となる非関連流動則を用いた場合には、対象とする力学系の静的平衡の安定性の議論が難しくなることが知られている。本研究では、地盤材料の非関連流動モデルの定式化を行い、Mathematicaを用いて飽和砂の排水時非排水時の均質な変形を仮定した場合の挙動とその安定性について数値計算を行ったので、その結果について報告する。

2. 非関連流動モデルの定式化

本研究で対象とした非関連流動モデルは、最も一般的に用いられているものであり、降伏条件としては、 $f = \sigma_e - \mu P = 0$ を採用し、ダイレイタンスはエネルギー消散式： $S_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} - P dV_d = P dV_d$ に基づいて決定した。弾性関係としては等方弾性関係を用いた。（詳しくは、Tobita and Yoshida (1994)）

最終的な式は次のようになる。

$$\dot{\sigma}_{ij} = E_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} \quad \dots \quad (1)$$

$$E_{ijkl} = E_{ijkl}^e - \frac{E_{ijmn}^e M_{mn} N_{pq} E_{pqkl}^e}{H_p + N_{ij}^e E_{ijmn}^e M_{mn}}$$

$$\text{ここに、} \quad E_{ijkl}^e = G^e \left\{ \delta_{ik} \delta_{jl} - \left(K - \frac{1}{2} \right) \delta_{ij} \delta_{kl} \right\}, \quad N_{ij} = \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right) = \frac{3}{2\sigma_e} S_{ij} - \frac{1}{2} \mu \delta_{ij}$$

$$M_{ij} = N_{ij}^* + \frac{1}{2} \beta \delta_{ij}, \quad N_{ij}^* \text{は降伏関数の法線ベクトルの偏差成分である。}$$

本研究では、三軸圧縮試験に限定して、その応力-ひずみ関係の安定性について論じる。

3. 安定性の条件

静的平衡状態を対象とすれば、静的平衡状態にある力学系に微小な摂動が与えられ、与えられた境界条件を満足する運動が微小におさえられるとき、対象とした系を安定と呼んでいる。静的平衡系の安定性の条件をエネルギー論的な立場から導いたものにHillの安定性の条件があり、(1)式のような速度型の構成モデルが与えられたとき、次のように表現される。

$$\dot{\epsilon}^T \dot{\sigma} = \dot{\epsilon}^T E \dot{\epsilon} > 0 \quad \dots \quad (2)$$

(2)式が成立する場合、Eは正定値性をもつといわれている。Eの正定値性は、Eの最小固有値 $\lambda_{min} > 0$ により保証されるが、対象とする材料の最初の固有値が全て正であり、載荷と共に最小固有値が減少していく過程を対象にすると、最小固有値を求める代わりに、Eの対称成分 $E^s (= (E + E^T) / 2)$ の行列式($\det [E^s]$)の正値性を確認してもよいことがわかる。しかし、この条件は構成マトリックスの対称性を仮定した場合に限り適用することができる。拘束圧依存性をもつ摩擦性材料であり、ダイレイタンス特性をもつ地盤材料の問題においては、より根本的な動的安定性について議論する必要がある。地盤材料の場合、固有値が複素数となることによって生じるフラッタータイプの不安定は生じないことからの局所的な安定性あるいは均質な変形が生じている物体の便宜的な安定性の条件が構成マトリックスの行列式の性質と関連付けて以下のように提案されている。「変形に対して拘束条件がある場合には、その拘束条件も含めた速度型構成モデルの構成マトリ

ックスの行列式が正の値をもつ場合には安定である。」（飛田（1996））

（1）式のような速度型構成モデルに対して、安定性の条件を次のように与える。

$$\det [E] > 0$$

・・・（3）

4. 解析結果

定式化した非関連流動モデルをもとに、飽和砂の排水・非排水時の変形挙動とその安定性について計算を行った。安定性については、材料特性を表すパラメータ $Mewcr$, Ap_0 , Bp_0 （ $Mewcr$ はダイレイタンスの程度を支配するパラメータであり、値が大きいほど圧縮性の高い緩い砂であることを意味している。また、 Ap_0 は初期の塑性係数の逆数、 Bp_0 は破壊時応力比の逆数である。）をそれぞれ変化させ、上述した 2 つの安定性の条件、Hill の条件と構成マトリックスの行列式による条件にどのような影響を与えているかということを排水・非排水変形時それぞれについて調べた。

4.1 排水試験のシミュレーション

図-1 は排水変形時において $Mewcr$ を変化させ、（2）式及び（3）式の条件が破れるときのせん断応力をプロットしたグラフである。構成マトリックスの行列式による条件において、安定性の条件が破れる時のせん断応力としてプロットした値は、応力ひずみ関係図のピーク時、つまり破壊時の応力に相当し、実験結果と一致する。これに比べ、Hill の条件における安定性喪失時のせん断応力ははるかに小さく、安定性に対して厳しい条件となっていることが解る。

4.2 非排水試験のシミュレーション

図-2 は非排水変形時の応力ひずみ関係をシミュレーションしたものである。非排水変形時は負のダイレイタンスが生じる時、間隙水が自由に移動することができないため、有効応力の減少に伴って土は軟化し、地盤に大きなひずみが生じることが解る。図-3 は非排水変形時において $Mewcr$ を変化させ、（2）式及び（3）式の条件が破れるときのせん断応力をプロットしたグラフである。この図より、非排水変形時は排水変形時比べて安定性喪失時のせん断応力ははるかに小さく、2 つの条件における安定性喪失時のせん断応力はほぼ一致し、圧縮性が卓越するほど安定性が低下することが解る。

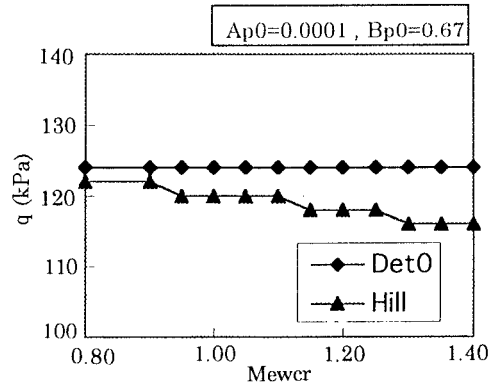


図-1 $Mewcr$ が安定性に及ぼす影響（排水変形時）

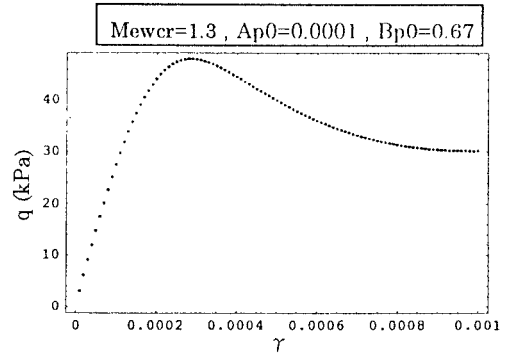


図-2 応力ひずみ関係（非排水変形時）

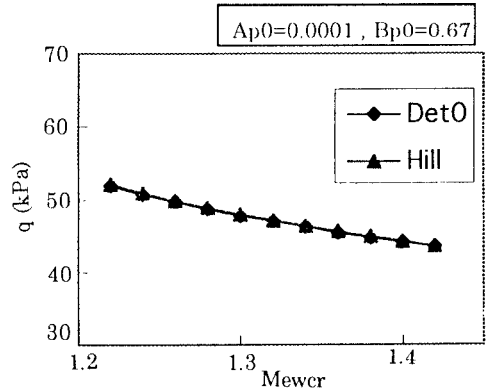


図-3 $Mewcr$ が安定性に及ぼす影響（非排水変形時）

参考文献

- 1) 飛田善雄（1996）：非対称性を示す速度型構成モデルの安定性の条件，構造工学論文集 Vol.42A
- 2) Tobita and Yosida (1994) : An Isotropic bounding surface model for undrained cyclic behavior of sand : Limitation and modification