

III-19

固有値解析による粒状体の弾塑性挙動の考察

東北大学 学生員○浅沼 秀雄
東北大学 正 員 岸野 佑次
東北大学 学生員 武 建勲

1. はじめに

粒状要素法を用いた2軸圧縮シミュレーション試験により粒状体に対する連続体モデルとして非関連性などを考慮した弾塑性モデルを適用することが可能であるという結論が得られている¹⁾。本文においては、弾塑性モデルの中の流動則に着目し、応力増分方向が異なるにも拘わらず塑性ひずみ増分方向が一定であることの原因が塑性変形を生じさせる固有の変形モードにあると考え、増分型剛性行列の固有値解析を行い考察した。

2. 解析の概要

1) 粒状体モデルおよび境界の制御

図-1に示すように、半径が0.5 cmから1 cmの395個の粒子を円形領域にパッキングした粒子集合を供試体モデルの初期状態とする。粒子集合の最外縁に配置された境界要素を移動させることにより領域に巨視的な変形を与える。すなわち、境界要素 α の重心位置の座標 $(X, Y)_\alpha$ は常に次に示すような対称一次変換で定められる位置に回転なしで移動させる（添字0は初期状態を表す）。

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_\alpha = \begin{bmatrix} 1-\varepsilon_x & -\gamma_{xy}/2 \\ -\gamma_{xy}/2 & 1-\varepsilon_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{bmatrix}_\alpha \quad (1)$$

ここに、 $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ は初期状態からの伸縮ひずみ（圧縮正）、 γ_{xy} はせん断ひずみ（工学ひずみ）を表す。このことから、境界の移動の自由度は境界要素数に関わらず3である。一方、応力制御に必要とされる応力は各境界要素に作用する接触力の合力 $(f_x, f_y)_\alpha$ をもとに定めることができる¹⁾。

2) せん断試験のシミュレーション解析

固有値解析に用いるデータを得るために、図-1に示した粒状体モデルに対して応力制御による側圧一定2軸せん断試験を行った。法線および接線方向のバネ定数を $c_n=1000$ kN/m、 $c_t=700$ kN/m、摩擦角を 25° とした。その結果得られた応力ひずみ曲線を図-2に示す。なお、H点以降で急に大きな変形が生じるが、ここで行ったシミュレーションの制御方法が応力制御であるため軟化部分は求めることができない。

3) プローブ試験

前節で得られた载荷シミュレーション試験各ステップにおける供試体に対して、様々な方向（ 45° 間隔8方向）に応力増分を与えるプローブ試験を行った。塑性論によれば、塑性ひずみ増分ベクトルの大きさは応力増分ベクトルと降伏曲面の外向き法線ベクトル $\mathbf{n}$ の内積に比例して生じるので、ここでは図-3に示すように、応力増分ベクトルを $\mathbf{n}$ の方向へ投影した長さが等しくなるように応力増分の大きさを調整して与えることとした。同図の0-7の数字は8つのプローブ試験の载荷方向を示す。なお、図中の破線は降伏曲線を示している。図-4にE点に対して行ったプローブ試験の結果得られた塑性ひずみ増分ベクトルを示す。この図より、供試体モデルが流動則（非関連）に従っていることは明らかである。各粒子の移動パターンは紙幅の都合で省略するが、塑性ひずみが生じる4方向で同様のパターンが得られている。そこで、このパターンの特性を調べるために増分型剛性行列の固有値解析を行った。

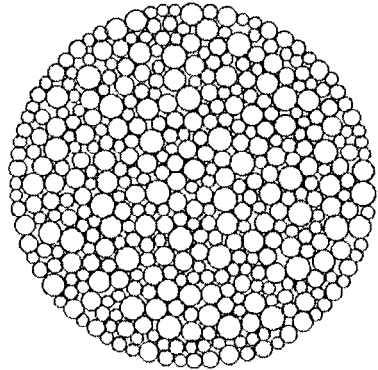


図-1 粒状体モデル初期状態（395個）

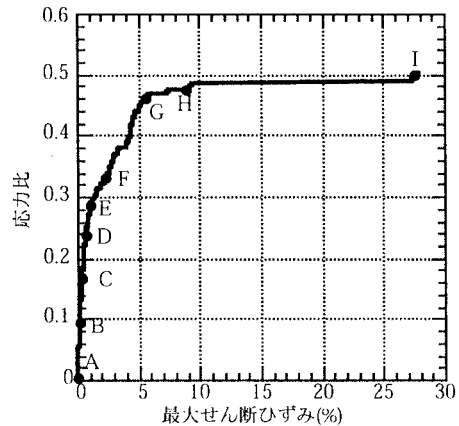


図-2 2軸せん断試験の応力ひずみ曲線

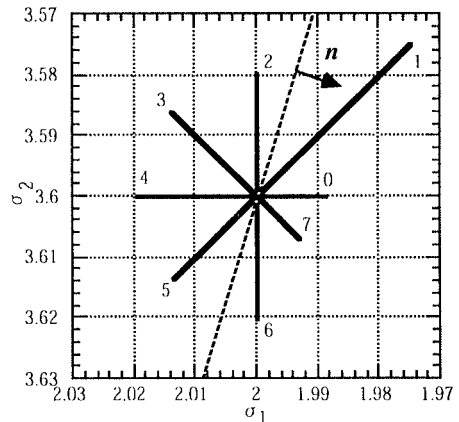


図-3 E点におけるプローブ試験（除荷-载荷経路）

4) 固有値解析

固有値解析には粒状集合体の剛性行列を必要とするが、粒状要素法は個別要素法と異なり、剛性関係を基に解析を行う方法であるので、固有値解析に馴染みやすい。載荷シミュレーション試験のあるステップにおける粒子重心の位置データ、接触面の方向と接触力のデータにより次の増分型の全体剛性関係式を求めることができる。

$$\mathbf{F} = \mathbf{S}\mathbf{U} \quad (2)$$

ここに、 $\mathbf{F}$ は応力増分と各粒子の重心に付加される力とモーメントの増分を並べたベクトル、 $\mathbf{S}$ は全体剛性行列、 $\mathbf{U}$ は左辺の力学量に対応するひずみ増分と内部粒子の並行移動および回転の増分を並べたベクトルである。ここで、この $\mathbf{S}$ に対し次式で表される固有値解析を行う。

$$\mathbf{S}\mathbf{U}_n = \lambda_n \mathbf{U}_n \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (3)$$

前述のように、2軸せん断試験シミュレーション解析(図-2)における様々な応力状態(A~H点)で固有値解析を行った。解析の結果得られた各載荷段階の固有値の中、接触点数が1以下の粒子の存在に起因する局所不安定固有モードに対応する固有値を除き最小の固有値について、載荷の進行に伴う変化を図-5に示す。また、図-6に初期状態A、載荷段階Gにおける固有値の分布を示す。横軸の数字はA、Gにおいて得られた固有値をそれぞれ小さい順に並べて付した番号である。

3. 固有値解析結果の考察

図-5を見ると載荷の進行と共に最小固有値の値が減少していく様子が分かる。特にG点とH点の2点において値が小さくなっている。これは、G点とH点の次のステップでせん断ひずみが大きく発生することから、その最小固有値に対応する固有モードが変形に大きく影響しているということが考えられる。

図示は省略するが、載荷段階A、Gにおける粒子の幾何学的配置には大きな差異は認められない。しかしながら、図-6より分かるように、固有値の分布には大きな差異が認められた。これは、固有値解析に用いられる剛性行列において、接触点のすべりが考慮されていることが原因であると考えられる。そこで、粒状体内部ですべりが多数発生するG点において粒子間摩擦係数を無限大とすることによって粒子間のすべりを人為的に拘束して固有値解析を行い、その比較検討を行った。その結果は図-6に示されている。G点におけるすべりを拘束した解析結果は、G点におけるすべりを考慮した解析結果よりもすべりの発生が少ない初期状態Aにおける解析結果に近い。

このように粒状体の変形には、粒状体内部の幾何学的配列の変化以上に、載荷履歴に伴う粒子間すべりを含む力学的状態の変化が大きく関与しているということをいうことができよう。十分に圧密されていない実際の地盤に対しては、本解析と同等、もしくはそれ以上の低次の固有値が得られて、固有値の分布特性等が異なることも予想される。しかし、ここに示したようにせん断に伴って発生するすべりの増加が、巨視的な力学特性を支配するということは、粒状体の普遍的な性質であると考えられる。

4. あとがき

本文では、粒状要素法を用いて得られたデータを用いて固有値解析を行い、剛性行列のもつ特性について考察した。ここでは流動則に伴って生じる塑性変形における固有モードの役割を示すまでには至らなかったが、低次の固有値に対応する複数の固有モードが塑性変形を生じる全てのプローブ方向に同様に関与するということができよう。

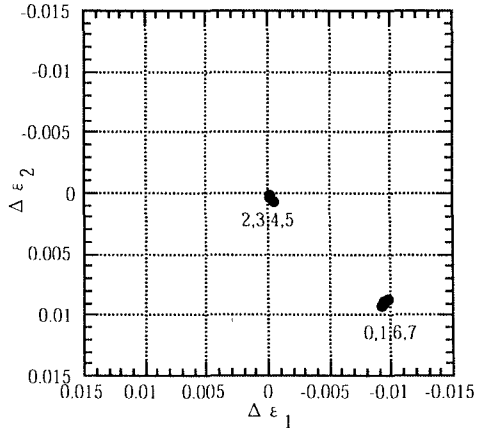


図-4 E点に対するプローブ試験の塑性ひずみ増分

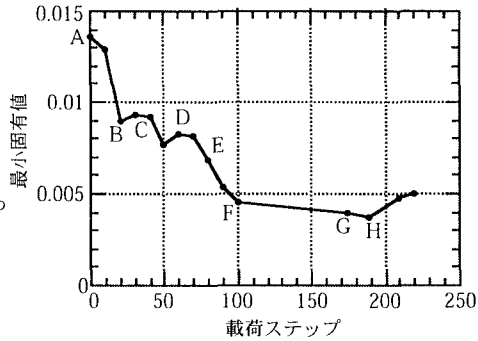


図 5 載荷の進行による最小固有値の変化

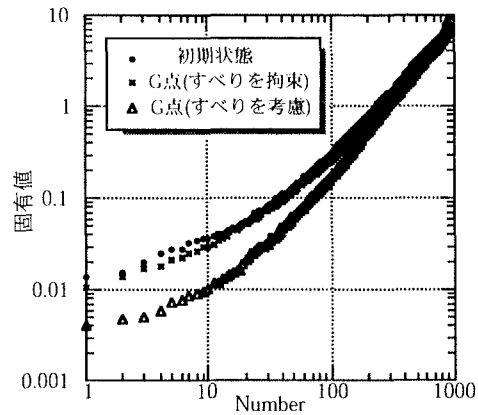


図-6 初期状態および載荷段階Gにおける固有値の分布

参考文献

- 1) 武, 岸野, 京谷: シミュレーションによる粒状体変形特性のモデル化に関する考察, 土木学会東北支部技術研究発表会講演概要集, 1998.
- 2) 岸野: 粒状体の固有変形解析, 土木学会論文集 No.481 / III-25, pp.87-95, 1993.