

Ⅲ-18

粒状体における弾塑性エネルギー収支の考察

東北大学 学生員 ○近藤 善裕
東北大学 正 員 岸野 佑次
東北大学 学生員 武 建勲

1. はじめに

土や砂のような地盤材料の構成則を合理的に定めるためには、マイクロメカニックス的なアプローチが必要であると考えらる。そこで、粒状体に作用する応力を精度よく制御することができる粒状要素法^{1),2)}を用い、単純化された粒状体モデルについて弾塑性エネルギーの収支を考察する。

2. 粒状体モデルとその解析

1) 粒状体モデル 解析に用いた粒状体モデルを図-1 に示す。領域全体の形状はほぼ円形で、この領域に粒径が、0.5 cm から 1.0 cm 間での一様分布となるように選んだ395個の円形粒子がパッキングされている。これらの粒子の内、境界条件を与えるための境界粒子は、72個である。また、接触点における法線方向のバネ定数を 1000 kN/m、接線方向のバネ定数を 700 kN/m、内部摩擦角を 25° とした。

載荷試験は応力の主軸を x, y 方向に固定した応力制御で行った。図-2 に主応力空間上の経路を示す。軸の値は、圧縮を正として示した。図-2 の点Aは、初期パッキングのデータに対して等方応力が、2 kN/m になるまで等方圧縮して得られた状態である。この状態から $\sigma_1=2$ kN/m を固定して σ_2 を増加させる載荷経路をIと称する。

2) プローブ試験 同じ供試体に様々な方向に応力増分を与える試験をプローブ試験と称する。図-2 にI上のプローブ試験点p20, p40, p60, p80, p100を示した。図-3 の応力ひずみ曲線上にも同様のプローブ試験点を示した。以下のプローブ試験においては、プローブ試験点から出発して応力空間上における45° 間隔の8方向に大きさが等しい応力増分を与え載荷・除荷試験を行う。図-4 に p20 からのプローブ試験の載荷経路を示す。また、プローブ試験における載荷・除荷過程においては、近似的に線形性が成り立つと仮定して各統計量を算出する。

3) 各統計量の計算方法 本解析は静的平衡条件により行われ運動エネルギーは零であるので、外力によってなされる仕事増分 ΔW 、バネに蓄えられるエネルギー増分 ΔE_{sp} 、粒子間のすべりによって散逸されるエネルギー増分 ΔE_{fr} の間には、次式の関係が成り立つ必要がある。

$$\Delta W = \Delta E_{sp} + \Delta E_{fr} \quad (1)$$

上式の各項はそれぞれ独立に算定可能であり、その算出方法を以下に示す。

$$\Delta W = \Sigma_B (\bar{p}_x \Delta x + \bar{p}_y \Delta y) \quad (2)$$

Σ_B : 全ての境界粒子についての和

$\Delta x, \Delta y$: 各粒子中心の x, y 方向変位増分

$\bar{p}_x, \bar{p}_y$: 各粒子の中心に作用する外力の x, y 成分
の増分載荷前後の平均値

$$\Delta E_{sp} = \Sigma_C (p_n \Delta p_n / c_n + p_t \Delta p_t / c_t) \quad (3)$$

Σ_C : 全ての内部粒子の接触点についての和

p_n, p_t : 粒子に作用する接触力の法線及び
接線方向成分

$\Delta p_n, \Delta p_t$: p_n, p_t の増分

c_n, c_t : 内部粒子接触点の法線方向バネ及び接線方向
バネの剛性定数

$$\Delta E_{fr} = \Sigma_C (p_t \Delta l) \quad (4)$$

Δl : 接線方向のすべり量

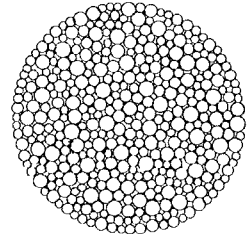


図-1 粒状体モデル

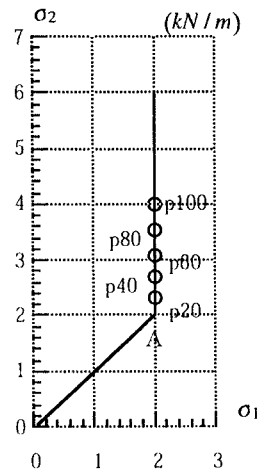


図-2 載荷経路

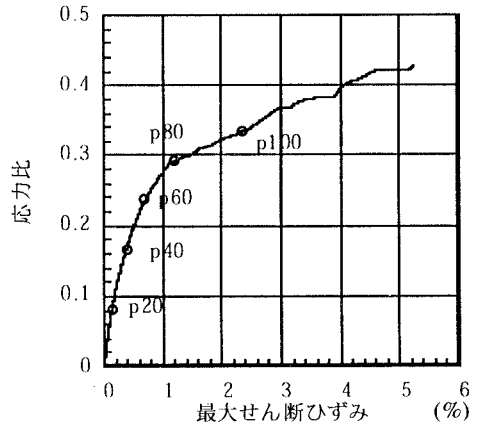


図-3 応力ひずみ曲線

3. 弾塑性エネルギーとその収支の考察

1) 弾塑性エネルギー 式(1)に基づいて実際に右辺を計算すると、p40の8方向の場合、合計値と左辺の差は最大でも1.0%の誤差に留まった。この僅かな誤差は増分载荷過程において線形性を仮定したものと考えられる。

通常、材料要素になされる仕事増分を弾性エネルギーと散逸エネルギーに分離する場合、巨視的には载荷・除荷により残留した塑性ひずみに対応した仕事増分 ΔW^d を散逸エネルギー、回復する弾性ひずみに対応した仕事増分 ΔW^e を弾性エネルギーと判断することが多い。この場合、外力によってなされる仕事増分は次式のように分解することになる。

$$\Delta W = \Delta W^e + \Delta W^d \quad (5)$$

しかし、上式の分解が必ずしも式(1)の分解に一致するとは限らない。次節では、この $\Delta W^e, \Delta W^d$ と $\Delta E_{sp}, \Delta E_{fr}$ の分解について比較検討する。

2) 弾塑性エネルギー収支 プローブ試験結果に基づき、式(2),(3),(4)を用いて、 $\Delta W, \Delta W^e, \Delta W^d, \Delta E_{sp}, \Delta E_{fr}$ を計算する。図-5は、p40から0方向に载荷・除荷したときの各エネルギー増分の変化を示す。同図よりわかるように、除荷後 E_{sp} は完全には回復せず、载荷時の ΔE_{sp} の15%が非回復部分として残る。この非回復部分を ΔE_{sp}^d 、回復部分を ΔE_{sp}^e とおき弾性エネルギーを次式のように分解する。

$$\Delta E_{sp} = \Delta E_{sp}^e + \Delta E_{sp}^d$$

ΔE_{sp}^e と ΔW^e 、 $\Delta E_{fr} + \Delta E_{sp}^d$ と ΔW^d をそれぞれ比較するとp40の8方向全てで、ほぼ同じ値を示し誤差は、最大1.0%以内におさまった。また、 ΔW に比べ ΔE_{fr} が小さかった1から4方向では、 $\Delta E_{sp}^d \equiv 0$ であった。このことから、弾性エネルギーの非回復部分 ΔE_{sp}^d が生じるときにはすべりが発生し、逆に弾性エネルギーが回復部分 ΔE_{sp}^e に等しければすべりが発生しないと考えられる。そこで、方向別の $\Delta E_{fr}, \Delta E_{sp}^d$ の関係を図-6に示す。同図からも、 $\Delta E_{fr}, \Delta E_{sp}^d$ の間に密接な関係があることがわかる。

4. おわりに

本文においては、すべりによって粒状体の内部構造が変化するとき、内部に蓄積される弾性エネルギーにも非回復性の部分があることがわかった。また、本文中では詳しく触れなかったが、除荷時の散逸エネルギーも観察されている。粒状体の微視的力学構造は、粒子の数、形、大きさ、および接触点のみの性質であり簡単にシミュレーション解析にも載せることができるが、粒子集合の巨視的力学特性は非常に複雑であると言える。今後、このようなミクロな現象をマクロな力学特性にどのように結び付けるべきかについて研究を進めたい。

参考文献

- 1) 岸野佑次：新しいシミュレーション法を用いた粒状体の準静的挙動の解析，土木学会論文集，406, PP.97~106, 1989
- 2) 武建勲，岸野佑次，京谷孝史：改良粒状要素法による粒状体の弾塑性挙動の研究，構造工学論集，43A, pp.403~412, 1997.

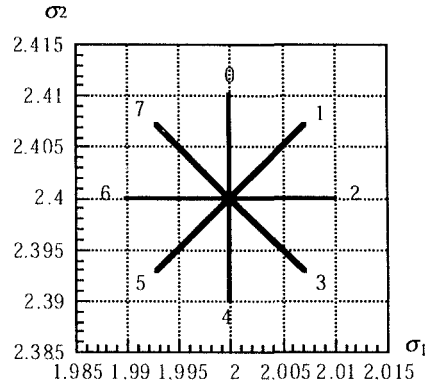


図-4 p20点のプローブ試験

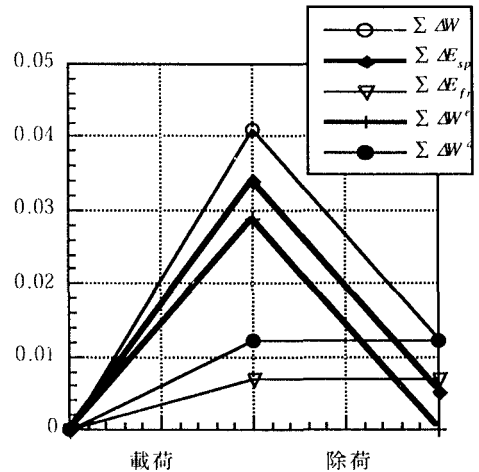


図-5 p40点0方向の各エネルギー増分の変化

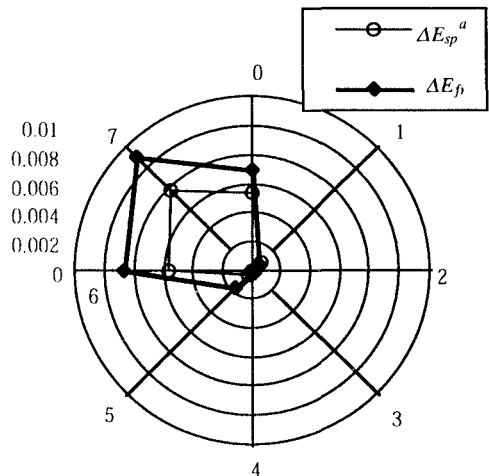


図-6 方向別 $\Delta E_{fr}, \Delta E_{sp}^d$