

座標変換を用いた領域接続計算法

東北大学工学部 学生員○橋 和正
 東北大学工学部 正員 今村 文彦
 東北大学工学部 正員 首藤 伸夫

1. はじめに

差分法に用いる計算領域の空間格子は通常固定された座標系における正方格子であるために、実際の複雑な海岸形状を忠実に表しきれないことがある。特に図-1のように計算座標方向に対して斜めに海岸線が走っている場合には、陸地と海との境界が階差状になり、実際とは異なる反射波が生じる事がある。この反射波は入射波の振幅を変化させたり、伝播速度の低下を生じさせる。このような反射波による誤差を境界近似誤差という。

本研究では、海岸形状をより正確に表して境界近似誤差を抑える1つの方法として、回転座標変換を用いた領域接続計算法を提案する。

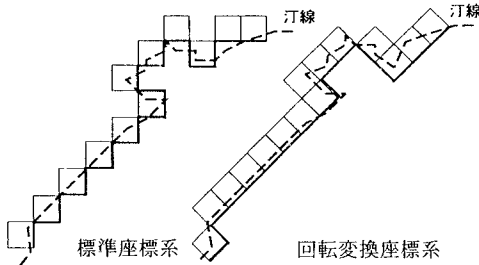


図-1 海岸形状の再現例

2. 接続計算法

津波に対して用いられる Staggered leap-frog 法では、領域分割されたモデルにおいて、各時間ステップで次のような計算を行う。

- ① 連続の式 (各領域の水位を求める。)
- ② 水位の接続 (小領域から大領域へ水位を接続する。)
- ③ 運動の式 (各領域の流量 M,N を求める。)
- ④ 流量の接続 (大領域から小領域へ流量を接続する。)

しかし、領域を回転移動させる場合は、2方向存在する流量の接続が難しい。そのため流量の接続は行わず、次のような計算を行う。

- ① 連続の式 (各領域の次の step の水位を求める。)
- ② 水位の接続 (小領域と大領域相互に水位を接続する。)
- ③ 運動の式 (各領域の次の step の流量 M,N を求める。)

大領域から小領域に水位を接続する場合は小領域の1格子外側の境界において水位の接続を行い、逆の場合は、小領域内で接続できる水位全てにおいて行う。この様にすれば、水位の接続範囲が重なることなく計算できるので、流量の交換を直接に行う必要がない。

3. 水位の接続

図-2に示されたような回転変換を行った場合、領域どうしが共通の座標を持たないので、それぞれの領域における水位計算地点の位置関係を把握する必要がある。例えば、図-2での小領域Bから大領域Aの任意の点(IA,JA)へ水位を接続する時、小領域Bの座標軸IB, JBからの距離, XX, YYが分かれば良いことになる。さらに格子点のずれである δX , δY を用いて内挿計算を行い、大領域Aでの値を求めることが出来る。その式を次に示す。

$$\begin{cases} a1 = (1 - \delta Y) \cdot ZB(II, JJ) + \delta Y \cdot ZB(II, JJ + 1) \\ a2 = (1 - \delta Y) \cdot ZB(II + 1, JJ) + \delta Y \cdot ZB(II + 1, JJ + 1) \end{cases}$$

$$ZA(IA, JA) = (1 - \delta X) \cdot a1 + \delta X \cdot a2$$

ここで、ZA, ZB は各領域の水位を表す。逆方向に接続するには同様に、大領域Aでの位置を小領域Bでの座標系として表して、線形補間すればよい。

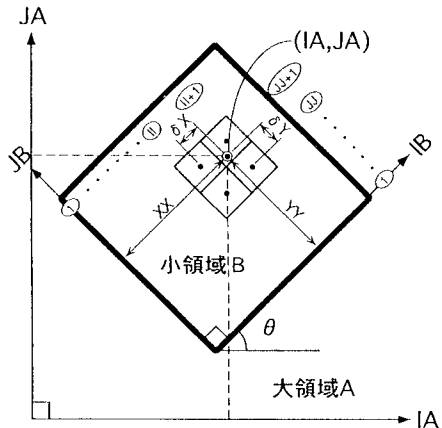


図-2 水位の接続 (B→A)

4. 数値実験例

3.で述べた計算方法を用いて座標系変換プログラムを作成した。正常に領域接続計算が行われているか、また、どれだけ境界近似誤差が生じるかを調べるために、図-3のようなモデルを想定して、数値実験を行った。

数値計算は表1の計算条件の下で、外海境界でsin波を入射させ、従来の方法と、汀線にあわせて45°回転させて接続した場合との計算を行い、それらを比較することにした。時間波形の比較を図-3に示した3箇所で行い、その結果を図-4に示す。これより、湾奥の地点で、振幅及び位相に変化が出ており、特に前者の違いが大きい。階差

形状が湾奥で過度に波高を増幅されたものと考えられる。

次に、入射波を発生し始めてから150分を経た後、湾奥において周期別の最高水位及び相対誤差を調べた。ここでの誤差は回転座標変換による計算結果に対するものである。図-5に示す結果より、全体的に周期が大きくなると相対誤差は小さくなる事、さらに、この湾の固有周期(約25分)に近づくにつれて(湾奥の最高水位が極大に近づくにつれて)相対誤差が大きくなる事が分かる。その誤差は60%を超えることもあり、局所的に影響が大きいことが分かる。

表-1 計算条件

空間格子間隔	大領域: 3000m, 小領域: 1000m
領域の寸法	大領域: 32×32, 小領域: 32×32
時間格子間隔	3.0秒
最大水深	300m
入射波の最大振幅	1.0m
入射波の周期	20 ~ 80 min

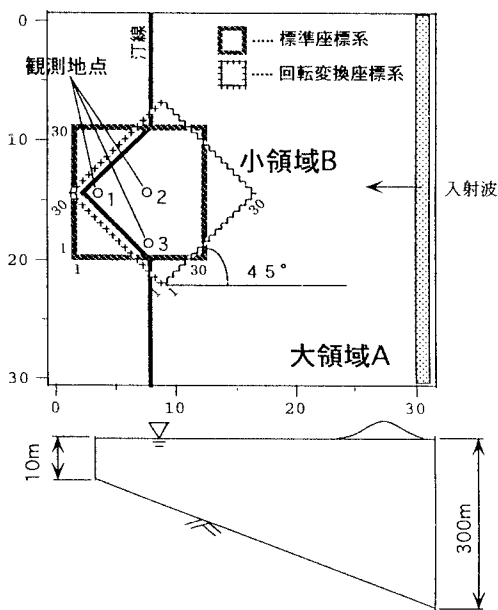


図-3 数値実験の空間モデル

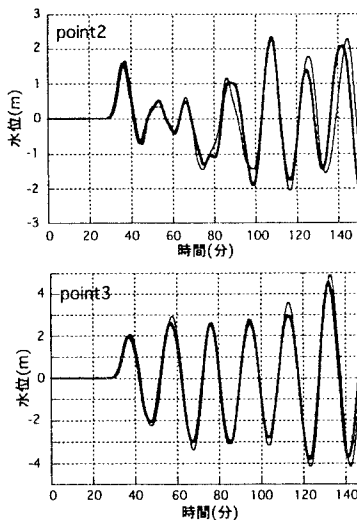
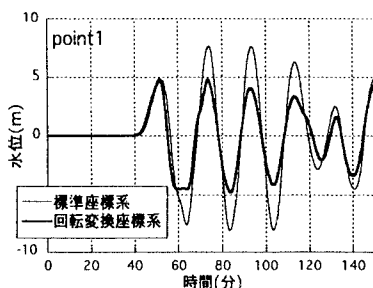


図-4 観測点の時間波形 (周期 20 分)

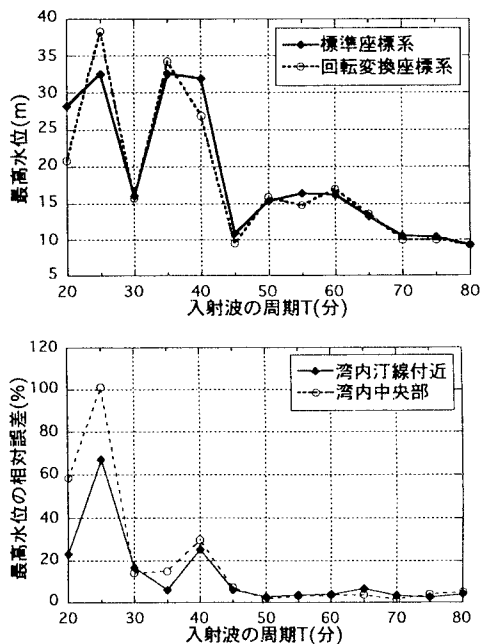


図-5 湾奥の最高水位とその相対誤差

4. おわりに

本数値実験の結果より、本研究による回転座標変換を用いた数値計算がほぼ問題なく行われていることが確認できた。今後は境界近似誤差の特性を数値実験を行って調べるとともに、複雑な海岸線を有する地域で実際に本研究による数値計算を行い、その有効性を検討していきたい。