

水撃圧を受ける円筒の弾・塑性変形に関する研究

東北学院大学工学部：学生員○井上 正信

東北学院大学工学部：正員 河野 幸夫

1. 目的

平面ひずみ状態における円筒の内圧による張出しに関して、ひずみ増分論（弾性変形についてはHookeの法則、塑性変形についてはPrandtl-Ruessの変形則とn乗硬化則が成り立つとする）を用いて衝撃内圧による場合と準静的内圧による場合とについて数値解析を行い、両者を比較する。また、その前段階として剛塑性全ひずみ論を用いた準静的内圧による張出しを数値解析し、ひずみ増分論によるものと比較する。

2. 各記号の表示法（式、グラフなどの説明）

v：変形前の半径座標Rにおける粒子の半径方向速度
a：変形前の半径座標Rにおける粒子の半径方向加速度
ρ：時間の独立変数（準静的張出しでは、内壁の円周方向対数ひずみ）

t：時間

p i：内圧

R i, R o：変形前の円筒内・外径

σ*, n：n乗硬化則の材料定数

σ g：有効応力

3. 基礎式とその解析方法

剛塑性全ひずみ論による準静的張出しの基礎式

$$\frac{\delta \varepsilon_{\theta}}{\delta R} - \frac{e^{2\theta-1}}{R} = 0$$

$$\frac{\delta \sigma_r}{\delta R} - \frac{\sigma_{\theta} - \sigma_r}{R} e^{-2\varepsilon_{\theta}} = 0$$

$$\sigma_{\theta} - \sigma_r = \sigma^* \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{1+n} (\varepsilon_{\theta})^n$$

ひずみ増分論による準静的張出しおよび衝撃的張出しの基礎式

（ただし、着目点の現在のσ gがそれまでに経験したσ gの最大値より大きい場合はA～Gは式のまま用いるが、そうでない場合はS=0とする。解析の方法は省略する。）

$$\frac{\delta \varepsilon_{\theta}}{\delta R} - \frac{e^{\varepsilon_r - \varepsilon_{\theta}} - 1}{R} = 0$$

$$\frac{\delta \sigma_r}{\delta R} - \frac{\sigma_{\theta} - \sigma_r}{R} e^{\varepsilon_r - \varepsilon_{\theta}} = \frac{r_o}{g} \frac{\delta v}{\delta t} e^{-\varepsilon_{\theta}}$$

$$A \frac{\delta \sigma_r}{\delta \rho} + B \frac{\delta \sigma_{\theta}}{\delta \rho} + C \frac{\delta \sigma_z}{\delta \rho} - \frac{\delta \varepsilon_r}{\delta \rho} = 0$$

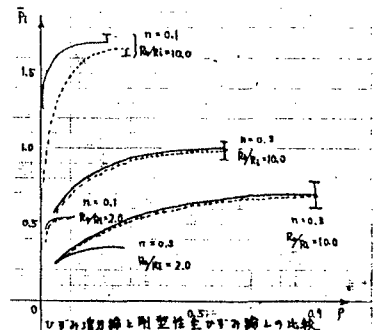
$$B \frac{\delta \sigma_{\theta}}{\delta \rho} + D \frac{\delta \sigma_r}{\delta \rho} + G \frac{\delta \sigma_z}{\delta \rho} - \frac{\delta \varepsilon_{\theta}}{\delta \rho} = 0$$

$$C \frac{\delta \sigma_r}{\delta \rho} + G \frac{\delta \sigma_{\theta}}{\delta \rho} + F \frac{\delta \sigma_z}{\delta \rho} = 0$$

4. 結果と考察

（1）剛塑性全ひずみ論とひずみ増分論による準静的張出しの数値解析結果の比較

諸関数値の半径方向分布はいずれの理論によっても同様の傾向を示し、数値もあまり差がなかった。しかし、無次元内圧 $\bar{p} i$ ($\equiv P i / \sigma^*$) とρのグラフをつくってみると、n値が小さくR o/R iが大きいほど大きな差を生じた。これは剛塑性全ひずみ論が弾性変形を無視しているためと考えられる。

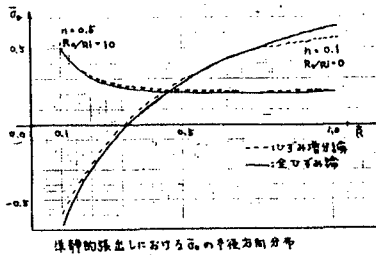


（2）準静的内圧による円筒の張出しの数値解析結果

ひずみ増分論による数値解析では円筒内壁の円周方向対数ひずみを時間変数ρとしたので、p iとρのグラフをみると、なめらかな曲線である最大内圧まで上昇し、その後徐々に下降した。この最大内圧はn値を一定とするとR o/R iが大きいほど大きく、そのときのρも大きくなった。また、R o/R iを一定とするとn値が小

さいほど大きくなるが、逆にそのときの ρ は小さくなった。したがって n 値が小さいほど耐え得る内圧は大きい。張出し量は小さいと考えられる。 n 値が小さいほど急な立ち上がりを生じているが、これは n 値が小さいほど有効応力と有効塑性ひずみのグラフは著しい立ち上がりを生じることによると考えられる。

各関数値の半径方向分布はみな滑らかな曲線で表わされた。その中で特に注意を引くのは無次元円周方向応力 $\bar{\sigma}_\theta$ ($\equiv \sigma_\theta / \sigma^*$) の半径方向分布で、 $n=0.1, 0.3$ では内壁から外壁へ向かって増加するのに対して $n=0.5$ では逆に減少している。さらに $n=0.1$ で $R_0/R_i=10.0$ では円周方向へ伸ばられているのにもかかわらず内壁付近で圧縮応力が作用している。これは直感的に考えるとおかしいが、塑性変形は対応する応力成分ではなく偏差応力成分に依存するので静水圧成分が大きければ σ_θ が圧縮であっても矛盾しないわけである。



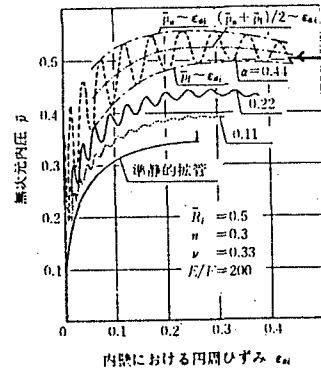
(3) 衝撃内圧による円筒の張り出しの数値解析結果

P_i と円筒内壁の円周方向対数歪みのグラフは準静的張り出しでは滑らかな曲線で表わされたが、 a/R_i 一定の条件での衝撃的張り出しではこの曲線に振動を生じた。 t をパラメータとして無次元半径方向応力 $\bar{\sigma}_r$ ($\equiv \sigma_r / \sigma^*$)、 v の半径方向分布をみると急激な変化がはっきりあらわれており、応力波が移動しているのがよくわかる。したがって P_i の振動は応力波が内・外壁で反射を繰り返しながら往復しているためと考えられる。

v/R_i を一定とすると P_i は t に対して台形状の波形をなして振動し著しい立ち上がりとしち下がりをしている。振幅は v/R_i が大きいほど大きくなり P_i が負になる場合もある。 a/R_i を一定としても P_i は t に対して振動したが、その波形は正弦波状であった。そして a/R_i が大きくなるほど振幅と平均的 P_i は

大きくなり、 a/R_i を無限小にすれば準静的張り出しになると想像できる。これは内圧のなす仕事の変形仕事と円筒の運動エネルギーに消費されるためと考えられる。振動周期は平均的 P_i が最大と考えられる値以前までは a/R_i にかかわらず一定とみなせたが、その後は短くなった。

負荷状態についてみると、準静的張り出しでは最大内圧以後でも全域負荷状態で変形が進むが、衝撃的張り出しでは v/R_i 一定だと平均的 P_i の最大値以前でも負荷と徐荷を繰り返しながら変形が進んだ。



4. 結論

(1) 剛塑性全歪み論による数値解析は一般に薄肉円筒については、有効である。

(2) 衝撃的張り出しで v/R_i 一定、または a/R_i 一定の条件のもとでは応力波のために P_i が t に対して振動する。

(3) 衝撃的張り出しで a/R_i 一定の場合は a/R_i が大きいほど最大内圧は大きくなるが、そのときの内壁の円周方向対数歪みはあまり大きくならない。(v/R_i 一定の場合については今度の問題である。)

(4) 衝撃的張り出しで v/R_i 一定の場合には変形は負荷状態と徐荷状態を繰り返しながら進むのに対して、準静的張り出しと衝撃的張り出しで a/R_i 一定の場合は全域負荷状態で変形が進む。

参考文献

- (1) 戸部俊美・佐藤裕久・高津宜夫
円筒の高速張出し変形に関する一考察
東北大学工学部精密工学科、1984.3