

ラインサーチ法を用いた有限要素3次元任意形状認識

八戸工業高等専門学校 正会員 ○杉田 尚男
八戸工業高等専門学校 学生員 市ノ渡 剛
長岡技術科学大学 正会員 鳥居 邦夫

1. はじめに

有限要素解析で取り扱われる問題は、コンピュータの飛躍的な性能の向上と共に複雑さを増してきている。これに伴い解析対象への人手による入力データの作成ミスや、作成にかかる時間の増加が問題となってきた。また、要素分割の優劣は、要素形状、計算の精度、安定性および計算時間に大きく関係し、従来の手法では、要素数の効率化、連続的な要素配置という観点において必ずしも最適化されたとは言い難い。そこで本論文では、有限要素自動分割について Voronoi 理論と最大空円理論を応用したラインサーチ法による3次元任意形状認識法を提案する。

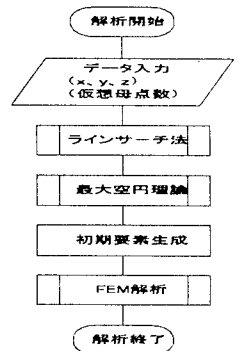
2. 任意形状認識、初期要素生成

Voronoi 理論は、幾何学的な領域分割理論として説明することができる。N 次元 Euclid 空間で、n 個の母点 $P_1(x_1)$ 、 $P_2(x_2)$ 、 $\dots$ 、 $P_n(x_n)$ が与えられるとき、母点が最も近い点の V_i は次式で与えることができる。

$$V_i = \bigcap_{j:j \neq i} \left\{ x \in R^N \mid \|x - x_i\| < \|x - x_j\| \right\} \\ (i = 0 \dots n, j = 1 \dots i-1, i+1, \dots n)$$

ここで、 x は、ある位置ベクトル

x_i は、母点 i の位置ベクトル $\|\cdot\|$ は、Euclid 距離



<フローチャート1>

V_i は、母点の $P_i(x_i)$ の Voronoi 領域と呼ばれる多角形である。すなわち、この Voronoi 領域は、母点と母点を結ぶ直線の垂直二等分線によって構成されるもので、応力解析には、この多角形の各頂点（これ以後この多角形の各頂点を節点とする）と、母点 P_i とを結ぶことにより三角形要素を形成しそれを用いる。節点の特徴として、その周りの3個の母点を頂点とする三角形の外心であるということがいえる。節点は、その特徴に着目して、最大空円問題を用いて生成する。

<最大空円問題：節点生成>

平面上に指定された n 個の点の集合を $S = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ とし、 S に属す点を内部に1つも含まない円（円周上に S の点があることはかまわない）を、 S に関する空円という。T を平面上の凸な多角形領域（境界も含む）とする。T は S を含む場合と含まない場合どちらでもよい。このとき、 S に属する空円で、T 内に中心をもち、半径が最大のものを求める。この問題は最大空円問題と呼ばれ、その解は最大空円と呼ばれる。

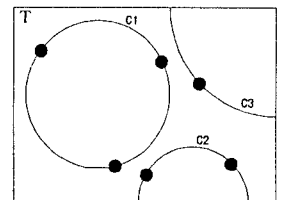
- 1) S に属す少なくとも3点が c の円周上にある場合（図1のC1）
- 2) S に属す少なくとも2点が c の円周上にあり、 c の中心が T の境界辺上にある場合（図1のC2）
- 3) S に属す少なくとも1点が c の円周上にあり、 c の中心が T の頂点にある場合（図1のC3）

以上の条件のうち、どれか一つを満たす最大空円の中心座標を節点とする。

このように節点は母点をもとに生成されるため、まず母点を配置し任意形状認識を行い、その後節点を生成し初期要素を生成する。

<ラインサーチ法：母点生成>

Voronoi 理論では、母点と節点にあたる点が規則正しい並びになっているのが確認できる。図1のように直

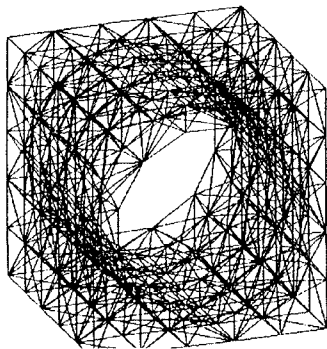


<図1>

線の式は、傾き 1 または -1 の直線で、切片部分が変化する性質を持つことがわかる。切片部分に分割幅 d を利用すると直線の式は $y = \pm x + n d$ n : 定数で表すことができる。切片をこのように表すことで直線は分割幅ごとに存在できるようになる。3次元の場合 $x - y$ 平面が z 方向に分割幅の整数倍ずつ移動できると仮定すれば平面格子が z 方向に連続していると仮定できる。また、曲線には図 3 のように母点の配置を決定できる。

z を 0 から分割幅ごとに増加させるとしたとき
 z 方向の値が 0 または分割幅の偶数倍のとき
 n が偶数 : 母点直線 n が奇数 : 節点直線
 z 方向の値が分割幅の奇数倍のとき
 n が偶数 : 節点直線 n が奇数 : 母点直線
この 2 つの条件から図は z 方向が 0 または分割幅が偶数倍のときのものといえる。

5. 適用例



ラインサーチ法を適用した場合、図 4 ように要素の角度分布が最適な角度分布となる。

6. おわりに

本研究での形状認識法は、ある一定の基準で与えられた解析領域の母点配置から幾何学的に最適な要素分割を行う際に特に有効である。今後は、複雑な形状体の認識のための応用法を組み合わせる必要がある。

7. 参考文献

- (1) 杉原厚吉 : ボロノイ図を通してみると (6, 最大空円とその応用) : 数学セミナー
- (2) 杉田、鳥居 : Voronoi 理論を適用した 3 次元体の形状認識に関する基礎的研究 : 第 46 回日本学術会議応用力学連合講演予稿集 (1997)
- (3) 北上、山本、杉田 : Voronoi 多面体による 3 次元有限要素自動メッシュ生成法 : 平成 7 年度土木学会東北支部 技術研究発表会講演集 (1996)

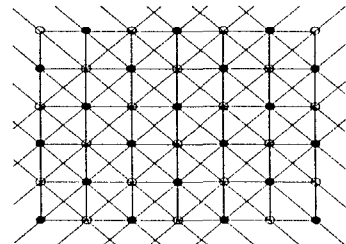


図 1 面心立方格子に沿った点

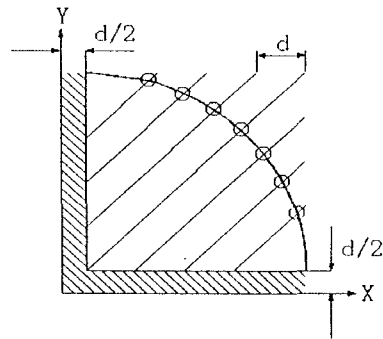


図 3 ラインサーチ適用図

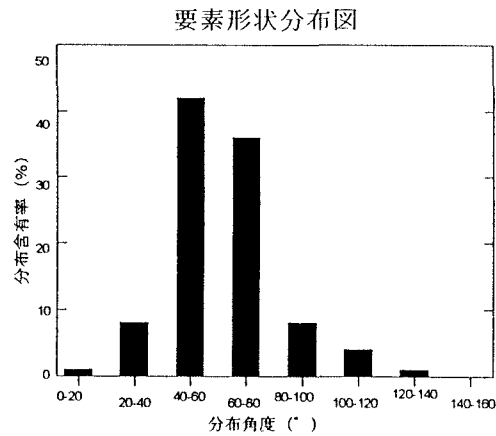


図 4 要素形状分布図